

[文章编号] 1003-4684(2024)02-0001-04

基于数据驱动的范数最优迭代学习控制

许 万, 肖 迪, 陈婷薇

(湖北工业大学机械工程学院, 湖北 武汉 430068)

[摘 要] 在系统模型确定的前提下,传统的范数最优迭代学习控制(NOILC)可以有效提高伺服系统的跟踪精度。但是在实际控制过程中,系统模型参数往往是变化的,从而导致控制器性能的下降。为此,提出了一种基于数据驱动的范数最优迭代学习控制方法。以系统的输入输出为依据,建立系统估计模型的代价函数,对代价函数进行偏微分处理,得到一种基于数据驱动的非参数模型辨识方法,最后将此模型辨识方法和 NOILC 相结合。实验结果表明:针对时变系统,此控制方法的跟踪误差为 NOILC(Norm optimal iterative learning control,NOILC)的 57.1%,并且相比 NOILC 提前 5 次收敛。因此,提出的方法能有效改善时变系统的跟踪性能。

[关键词] 迭代学习; 数据驱动; 范数最优; 运动控制

[中图分类号] TP273.1 **[文献标识码]** A

迭代学习(iterative learning control,ILC)是一种自适应控制方法,适用于可重复执行的任务^[1]。传统的迭代学习(Norm optimal iterative learning control,NOILC)通过上次迭代的控制信号和误差信号生成新一次的控制信号^[2],以改进系统的性能。迭代学习控制旨在有限区间上的完全追踪^[3],在制造业、工业机器人等诸多领域中,迭代学习控制方法均得到了广泛的应用^[4-5]。

迭代学习控制方法通过不断地迭代更新输入信号,使系统输出尽可能接近参考轨迹。其中,运用最优控制理论^[6-7]来设计迭代学习律成为了新的研究方向。Yun-Shan W^[8]等针对非线性离散系统提出了基于进化算法的最优迭代学习控制,通过仿真实验证明了算法能提高系统的收敛速度。Baolin D^[9]等针对一类具有非周期扰动的离散线性时不变系统,提出了一种具有最优增益的可变遗忘因子的迭代学习算法,相比传统最优迭代学习算法,此算法跟踪误差较小且收敛速度较快。虽然上述的最优控制方法拥有更好的控制性能,但是都只能用于系统参数确定的情况,对于具有时变特性的系统,会使得系统跟踪误差增加,稳定性变差。

因此,本文以多轴运动平台为控制对象,将非参数模型辨识方法和范数最优^[10]的迭代学习方法相结合,设计出一种基于数据驱动的范数最优迭代学习控制方法。此方法通过系统的输入输出变化量来更新系统的托普利兹矩阵;针对时变系统,此方法能

在线进行模型更新,从而减小因系统参数摄动所产生的跟踪误差。

1 伺服系统数学模型

在数控加工^[11-12]、机器人控制^[13-14]等领域,伺服系统都有着广泛的应用。伺服系统一般为三环控制,从里到外分别为电流环、速度环、位置环,其结构如图 1 所示。本文通过对伺服系统位置控制器的设计,以使其获得良好的跟踪性能。

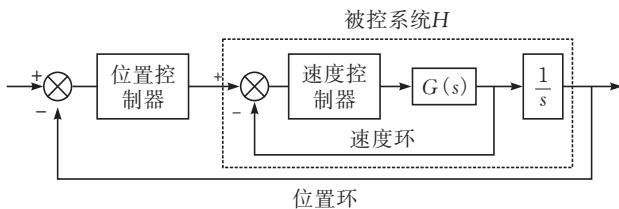


图 1 伺服控制系统

通过单位脉冲响应实验,将被控系统 H 离散化,可得:

$$H = \begin{bmatrix} H_{0,0} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ H_{N-1,0} & \cdots & H_{N-1,N-1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中, $N = T/T_s$, T 为系统运行时间, T_s 为采样周期。对于线性定常系统, $H_{i,j}$ 的形式为:

$$H_{i,j} = \begin{cases} D, & i = j \\ CA^{i-j-1}B, & i > j \end{cases} \quad (2)$$

式中, A, B, C, D 为具有迭代不变性的实值矩阵,用于描述被控系统 H 的动态特性。然后基于托普利

[收稿日期] 2022-05-04

[基金项目] 中央军委装备部装备预研基金(6142204200709)

[第一作者] 许 万(1979-)男,湖北武汉人,湖北工业大学教授,研究方向为运动控制、移动机器人。

兹矩阵 \mathbf{H} 进行控制器设计。

2 范数最优迭代学习(传统 ILC)

迭代学习算法使用当前的迭代信号 \mathbf{u}_j 和误差信号 \mathbf{e}_j 产生新的控制信号 \mathbf{u}_{j+1} , 因此在重复运动的系统, 迭代学习算法可以提高系统的跟踪性能。迭代学习控制的基本结构如图 2 所示。

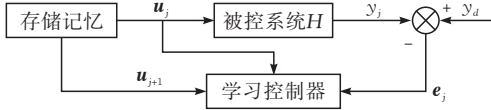


图 2 迭代学习控制基本结构

其中:

$$\mathbf{e}_j = \mathbf{y}_d - \mathbf{y}_j = \mathbf{y}_d - \mathbf{H}\mathbf{u}_j \quad (3)$$

\mathbf{y}_d 为期望输出, \mathbf{y}_j 为第 j 次迭代系统输出, \mathbf{H} 为系统状态矩阵。

范数最优的迭代学习是经过二次型优化的迭代学习算法。算法的迭代控制律^[15]为:

$$\mathbf{u}_{j+1} = \mathbf{L}_u \mathbf{u}_j + \mathbf{L}_e \mathbf{e}_j \quad (4)$$

其中: \mathbf{L}_u 和 \mathbf{L}_e 为范数最优的迭代学习算法的滤波器,

$$\mathbf{L}_u = (\mathbf{H}^T \mathbf{Q} \mathbf{H} + \mathbf{S} + \mathbf{R})^{-1} (\mathbf{H}^T \mathbf{Q} \mathbf{H} + \mathbf{R}) \quad (5)$$

$$\mathbf{L}_e = (\mathbf{H}^T \mathbf{Q} \mathbf{H} + \mathbf{S} + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{Q} \quad (6)$$

式中($\mathbf{Q}, \mathbf{S}, \mathbf{R}$)是对称的正定矩阵, 可表示为($\mathbf{Q}, \mathbf{S}, \mathbf{R}$) = ($q\mathbf{I}, s\mathbf{I}, r\mathbf{I}$)。 \mathbf{Q} 为第 j 次迭代跟踪误差 \mathbf{e}_j 的权重矩阵, \mathbf{S} 为第 j 次迭代控制输入 \mathbf{u}_j 的权重矩阵, \mathbf{R} 为第 j 次迭代与第 $j-1$ 次迭代控制输入之差 $\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_{j-1}$ 的权重矩阵。

3 基于数据驱动的范数最优迭代学习算法

3.1 算法设计

本文设计一种基于数据驱动的范数最优迭代学习算法(data-driven norm optimal iterative learning control, DDNOILC), 即将范数最优迭代学习算法和非参数模型辨识方法相结合。算法控制律为式(4)所示, 其中 $\mathbf{L}_u, \mathbf{L}_e$ 应改写为 $\hat{\mathbf{L}}_u, \hat{\mathbf{L}}_e$, 即:

$$\hat{\mathbf{L}}_u = (\hat{\mathbf{H}}^T \mathbf{Q} \hat{\mathbf{H}} + \mathbf{S} + \mathbf{R})^{-1} (\hat{\mathbf{H}}^T \mathbf{Q} \hat{\mathbf{H}} + \mathbf{R}) \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{L}}_e = (\hat{\mathbf{H}}^T \mathbf{Q} \hat{\mathbf{H}} + \mathbf{S} + \mathbf{R})^{-1} \hat{\mathbf{H}}^T \mathbf{Q} \quad (8)$$

式中: $\hat{\mathbf{H}}$ 为系统名义模型 $\tilde{\mathbf{H}}$ 的估计值, $\tilde{\mathbf{H}}$ 为通过系统辨识(脉冲响应法)获得的模型。如果系统参数未摄动, $\tilde{\mathbf{H}}$ 作为控制器中的系统模型, 控制性能非常优秀, 误差较小。但是, 若系统参数摄动, 会导致名义模型 $\tilde{\mathbf{H}}$ 不断变化, 若估计值 $\hat{\mathbf{H}}$ 通过迭代接近变化后的 $\tilde{\mathbf{H}}$ 时, 可以有效改善系统参数摄动对性能的影响, 减小时变系统的跟踪误差。

类比最优控制理论中代价函数的表达形式, 得到基于数据驱动的非参数模型辨识的代价函数:

$$J(\hat{\mathbf{H}}_k) = \|\Delta \mathbf{y}_{k-1}(t) - \hat{\mathbf{H}}_k \Delta \mathbf{u}_{k-1}(t)\|^2 + u \|\Delta \hat{\mathbf{H}}_k\|^2 \quad (9)$$

其中:

$$\Delta \mathbf{y}_{k-1}(t) = \mathbf{y}_{k-1}(t) - \mathbf{y}_{k-2}(t) \quad (10)$$

$$\Delta \mathbf{u}_{k-1}(t) = \mathbf{u}_{k-1}(t) - \mathbf{u}_{k-2}(t) \quad (11)$$

$$\Delta \hat{\mathbf{H}}_k = \hat{\mathbf{H}}_k - \hat{\mathbf{H}}_{k-1} \quad (12)$$

式(9)中: u 为 $\Delta \hat{\mathbf{H}}_k$ 的权重系数, k 为迭代次数,

$\|\cdot\|$ 表示向量的 2-范数, 令 $\frac{\partial J(\hat{\mathbf{H}}_k)}{\partial \hat{\mathbf{H}}_k} = 0$, 可得

$$\hat{\mathbf{H}}_k = \hat{\mathbf{H}}_{k-1} + \frac{(\Delta \mathbf{y}_{k-1}(t) - \hat{\mathbf{H}}_{k-1} \Delta \mathbf{u}_{k-1}(t)) \Delta \mathbf{u}_{k-1}^T(t)}{u \mathbf{I} + \Delta \mathbf{u}_{k-1}(t) \Delta \mathbf{u}_{k-1}^T(t)} \quad (13)$$

在式(13)中, 需要计算矩阵 $u \mathbf{I} + \Delta \mathbf{u}_{k-1}(t) \Delta \mathbf{u}_{k-1}^T(t)$ 的逆。当系统输入输出维度较高时, 矩阵维度较大, 增加了控制器的计算负担, 在小步长控制中, 可能会导致系统延迟过高, 跟踪性能下降。所以引入引理^[16]。

引理 1 假设存在非奇异矩阵 \mathbf{A} 、 \mathbf{A}^{-1} , 并满足

$$\mathbf{A} = \mathbf{B} + \mathbf{X} \mathbf{Y} \quad (14)$$

其中, \mathbf{X} 为 $n \times 1$ 矩阵, \mathbf{Y} 为 $1 \times n$ 矩阵, 如果 \mathbf{B} 为非奇异矩阵, 则有

$$\mathbf{B}^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \frac{\mathbf{A}^{-1} \mathbf{X} \mathbf{Y} \mathbf{A}^{-1}}{1 + \mathbf{Y} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{X}} \quad (15)$$

根据引理 1, 对式(13)中的部分进行推导, 可得到:

$$\frac{\Delta \mathbf{u}_{k-1}^T(t)}{u \mathbf{I} + \Delta \mathbf{u}_{k-1}(t) \Delta \mathbf{u}_{k-1}^T(t)} = \frac{\Delta \mathbf{u}_{k-1}^T(t)}{u + \|\Delta \mathbf{u}_{k-1}(t)\|^2} \quad (16)$$

将式(16)带入式(13), 可得估计模型 $\hat{\mathbf{H}}_k$ 的数据驱动辨识算法:

$$\hat{\mathbf{H}}_k = \hat{\mathbf{H}}_{k-1} + \frac{(\Delta \mathbf{y}_{k-1}(t) - \hat{\mathbf{H}}_{k-1} \Delta \mathbf{u}_{k-1}(t)) \Delta \mathbf{u}_{k-1}^T(t)}{u + \|\Delta \mathbf{u}_{k-1}(t)\|^2} \quad (17)$$

相比式(13), 简化后的式(17)只需计算向量的范数, 而避免了矩阵逆的计算, 减小了控制器的计算压力, 使控制器延迟更小, 跟踪性能更加稳定。算法控制如图 3 所示。

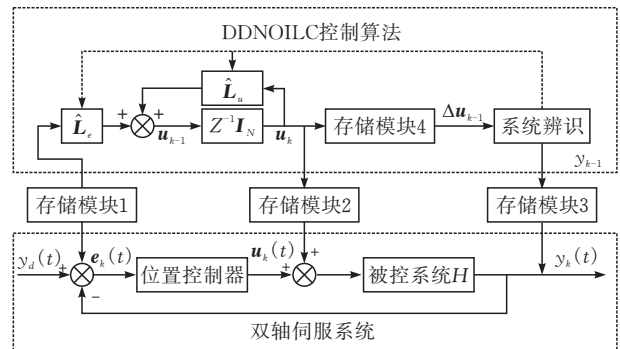


图 3 基于数据驱动的范数最优迭代学习控制框图

由图 3 可得,DDNOILC 算法首先通过系统 I/O 的变化量来确定系统估计模型 \hat{H} ,然后将更新后的 \hat{H} 代入 \hat{L}_u, \hat{L}_e 中,从而得出控制量 u_{k+1} 。

3.2 收敛性分析

上述算法若要满足沿迭代域收敛,必须满足以下假设:

- 假设 1 每次迭代的初始值 y_0 相同。
- 假设 2 系统输出满足全局 Lipschitz 条件,即
$$\|y(u_i) - y(u_j)\| \leq p_u \|u_i - u_j\|$$
- 假设 3 名义系统 \tilde{H} 为正定矩阵。其中 $p_u < \infty$,为正 Lipschitz 常数。

对于未知非线性系统而言,算法的收敛性条件如下所示:跟踪误差 e_k ,随着迭代次数的增加最终收敛于 0,证明如下。

联立式(3)、(17),可得:

$$\begin{aligned} e_k &= y_d - y_{k-1} - \hat{H}_k(u_k - u_{k-1}) = \\ e_{k-1} - \frac{q\tilde{H}_k \hat{H}_k^T}{s + r + \|\hat{H}_k\|^2} e_{k-1} &= \\ \left(I - \frac{q\tilde{H}_k \hat{H}_k^T}{s + r + \|\hat{H}_k\|^2} \right) e_{k-1} \end{aligned} \tag{18}$$

根据假设 3 可知 \tilde{H}_k 和 \hat{H}_k 是有界的,当合理设置权重值 q, s, r 后,一定存在常数 d_2 ,有 $0 < d_2 < 1$,使得:

$$0 < \left\| I - \frac{q\tilde{H}_k \hat{H}_k^T}{s + r + \|\hat{H}_k\|^2} \right\| \leq d_2 < 1 \tag{19}$$

联立式(18)、(19),可得:

$$\|e_k\| \leq \left\| I - \frac{q\tilde{H}_k \hat{H}_k^T}{s + r + \|\hat{H}_k\|^2} \right\| \|e_{k-1}\| \leq \tag{20}$$

$$d_2 \|e_{k-1}\| \leq \dots \leq d_2^k \|e_0\|$$

又因为 $\|e_k\|$ 为 e_k 的 2-范数,则 $\|e_k\| \geq 0$ 。综上可得 $\lim_{k \rightarrow \infty} e_k = 0$ 。

4 实验验证

4.1 实验设备

实验设备主要包括 3 个部分:上位机、运动控制器和被控对象。实验装置如图 4 所示。其中,上位机是 PC 和 Labview 组成的软硬件系统,它以 TCP/IP 协议为基础,与下位机 NI CompactRIO 9082 建立局域网通信。NI CompactRIO 9082 是一款可重新配置的嵌入式系统,上面搭载了 NI9516 控制板卡,其作用为接收编码器和光栅尺的信号,以及给伺服驱动器发送指令。

控制对象是伺服电机和丝杠导轨组成的十字工作平台,丝杠的导程为 5 mm。其中:X 轴采用三菱的 MR-JE-10A 系列驱动器和 HF-KN13J-S100 伺服电机进行控制;Y 轴采用松下的 MSDA023A1A

系列驱动器和 MSMA022A1C 伺服电机进行控制。双轴的位置信息由光栅尺(型号为 SGC-4.2T 250)进行采集,其分辨率为 5 μm 。

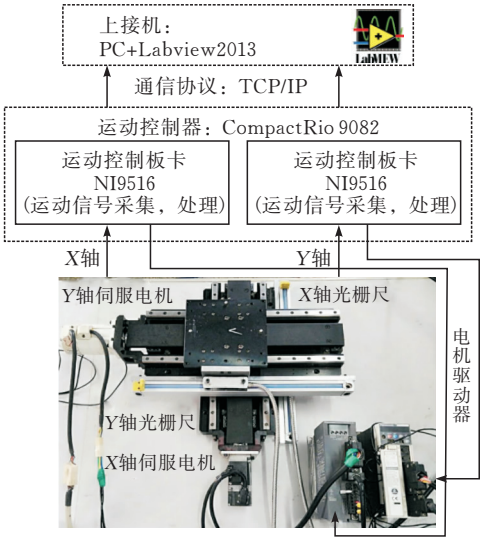


图 4 实验控制平台

4.2 实验方法与结果

首先进行系统的脉冲响应实验,然后结合 MATLAB 中的系统辨识工具箱,可以得到 X 轴和 Y 轴的状态空间模型:

$$\begin{aligned} A_x &= \begin{bmatrix} 1 & 0.00116 \\ -0.0124 & 0.8386 \end{bmatrix}, B_x = \begin{bmatrix} -0.000002132 \\ 0.02378 \end{bmatrix} \\ C_x &= [97.82 \quad 0.04164], D_x = [0] \\ A_y &= \begin{bmatrix} 1 & -0.0009501 \\ -0.02142 & -0.9991 \end{bmatrix}, B_y = \begin{bmatrix} 0.0009419 \\ -0.8662 \end{bmatrix} \\ C_y &= [69.45 \quad -0.001933], D_y = [0] \end{aligned}$$

将状态空间模型代入式(2),即可得到系统估计矩阵 \hat{H}_x, \hat{H}_y 的初始值。位置控制器为常用的 PI 算法,参数设置为 $k_p = 10, k_i = 0.01$ 。传统的范数最优迭代学习算法和 DDNOILC 算法的参数设置如表 1 所示。X, Y 轴跟踪精度由式(21)表示。

表 1 控制器各权重系数设置

控制方法	q	s	r	u
传统 ILC	1	1×10^{-8}	1×10^{-8}	—
DDNOILC	1	1×10^{-8}	1×10^{-8}	1

$$E_{k,RMS} = \sqrt{(1/N) \sum_{t=1}^N E_{k,x(t)}^2 + (1/N) \sum_{t=1}^N E_{k,y(t)}^2} \tag{21}$$

实验时间和采样周期分别为 8 s, 10 ms。为了模拟伺服模型参数的变化,在第 2 次迭代完成后,将双轴的负载从 0 kg 提升到约 20 kg,通过提高系统惯量的形式,改变系统的参数。

经过 30 次迭代后,传统 ILC 和 DDNOILC 控制下的运动轨迹如图 5 所示。分析图 5 可得,经过 30 次迭代后,相比传统 ILC,DDNOILC 的跟踪误差

更小,更加接近参考轨迹。

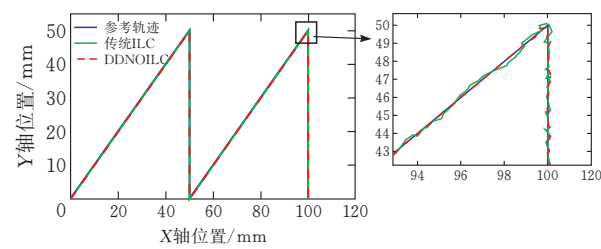


图 5 实验轨迹

传统 ILC 和 DDNOILC 两种控制方法的 RMS 误差与迭代次数的关系如图 6 所示。图 6 表明,当系统参数在第 2 次迭代发生变化后,两种算法的 RMS 跟踪误差均开始增加,但是 DDNOILC 在第 8 次迭代后误差达到最大值,大约为 2 mm,在第 20 次迭代后趋于收敛。而传统 ILC 控制性能则差距较大,在第 9 次迭代达到最大,大约为 6.5 mm,且在第 25 次迭代后误差才趋于收敛。

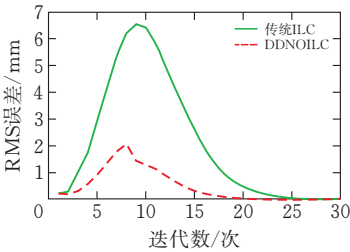


图 6 实验过程 RMS 误差与迭代次数的关系

经过 30 次迭代后,实验中两种算法的 RMS 误差值如表 2 所示。

表 2 30 次迭代后各控制器的 RMS 误差

控制方法	RMS 跟踪误差/mm
传统 ILC	0.035
DDNOILC	0.020

从表 2 可得:30 次迭代后,DDNOILC 算法的跟踪误差为传统 ILC 的 57.1%。综上所述,针对时变系统,本文所提出的 DDNOILC 算法,显著提高了跟踪误差的收敛速度,有效降低了跟踪误差的收敛值。

5 结论

本文提出了一种基于数据驱动的非参数系统辨识方法,通过迭代过程中系统的输入输出数据来更新系统估计模型,然后将此辨识方法和 NOILC 进行结合,进一步提出了基于数据驱动的范数最优迭代学习算法。实验证明,面对时变系统,此算法迭代收敛速度更快,跟踪误差更小,能有效改善系统参数变化所带来的性能恶化,从而提高了系统的跟踪性能。

[参 考 文 献]

[1] 李仁俊,韩正之.迭代学习控制综述 [J].控制与决策,2005(09):961-966.

[2] 朱雪枫,王建辉.非线性重复运动系统的双迭代优化学习控制[J].控制理论与应用,2021,38(08):1265-1274.

[3] 周伟,刘保彬.一类复杂非线性系统的迭代学习控制算法[J].控制工程,2021,28(05):877-884.

[4] SALEEM R, LIN H, SERIF A M, et al. A future concern of iterative learning control : A survey[J]. Journal of Statistics and Management Systems, 2021, 24(06): 2005-2019.

[5] 魏永东,李宗刚,杜亚江,等.测量受限线性多智能体系统一致性迭代学习控制[J].控制理论与应用,2021,38(07):963-970.

[6] 袁锐.基于最优迭代学习的高速高精运动控制研究 [D].杭州:浙江理工大学,2021.

[7] YAN L, XIAOE R. Linearly monotonic convergence of nonlinear parameter-optimal iterative learning control to linear discrete-time-invariant systems [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2021, 31(09):3955-3981.

[8] WEI Y S, YANG X F, SHAN W L, et al. Higher-order iterative learning control with optimal control gains based on evolutionary algorithm for nonlinear system [J]. Complexity, 2021, 2021:1-9.

[9] DAI B L, GONG J, LI B L, et al. Iterative learning control realized using an iteration-varying forgetting factor based on optimal gains[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2021, 43(10):2334-2344.

[10] BARTON K L, ALLEYNE A G. A norm optimal approach to time-varying ILC with application to a multi-axis robotic testbed[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2010, 19(01):166-180.

[11] 吴福昌.数控车床加工精度的影响因素及提高措施分析[J].机电工程技术,2019,48(07):13-14.

[12] 王军平,王安,敬忠良,等.高性能运动控制在数控系统中的应用综述[J].信息与控制,2003(03):245-250.

[13] ZUBAIR A, YILI F. Mix frame visual servo control framework for autonomous assistive robotic arms[J]. Sensors, 2022, 22(02):642-642.

[14] RANJITH P R, GANESAN M. Modified PID like fuzzy servo control applied to smart actuator based miniature Parallel Robot[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2021, 41(01):735-755.

[15] XU W, HOU J, LI J, et al. Multi-axis motion control based on time-varying norm optimal cross-coupled iterative learning [J]. IEEE Access, 2020, 8: 124 802-124 811.

[16] CHI R, HOU Z, JIN S, et al. Improved data-driven optimal TILC using time-varying input signals[J]. Journal of Process Control, 2014, 24(12):78-85.