

[文章编号] 1003-4684(2022)04-0081-05

# 超低温下钢筋混凝土梁受弯挠度可靠度分析

严泽华, 李 扬, 方昊天

(湖北工业大学土木建筑与环境学院, 湖北 武汉 430068)

**[摘 要]** 基于蒙特卡洛法, 根据混凝土结构设计规范(2015 年版)所给出的正常使用极限状态下的功能函数, 分别引入各温度梯度混凝土抗拉强度变化系数  $m_1$ , 以及各温度梯度混凝土弹性模量变化系数  $m_2$ 。通过改变钢筋混凝土构件的温度、保护层厚度  $c_s$ 、弯矩效应比  $\rho_{Qk}$  等, 对超低温下钢筋混凝土梁受弯挠度控制进行可靠指标分析。得出: 钢筋混凝土梁由常温  $20^\circ\text{C}$  降至  $-160^\circ\text{C}$  情况下, 构件受弯挠度可靠指标  $\beta$  呈非线性增长, 在  $-130^\circ\text{C}$  达到最大值, 随后略有减小; 在低温各温度梯度下, 混凝土强度等级与保护层厚度  $c_s$  对受弯梁挠度控制可靠指标的影响最大, 与常温下存在一定差异。

**[关键词]** 超低温; 钢筋混凝土; 挠度; 可靠指标; 蒙特卡洛法

**[中图分类号]** TU311.2 **[文献标识码]** A

近年来, 天然气作为高效的清洁能源越来越受到市场的欢迎, 而钢筋混凝土由于其优良的耐久性和力学性能, 可作为天然气的主要储存材料。但储存装备的性能研究及优化方面仍面临难题, 对其在超低温下的挠度控制可靠性研究具有一定的实际意义。国外学者对梁可靠度方面进行了相关的研究<sup>[1-3]</sup>, 如钢筋混凝土梁弯矩再分配的可靠性分析<sup>[2]</sup>表明虽然由于力矩再分配因素不确定性引起的强度极限状态可靠度指标的下降幅度不大, 但与增加活载与恒载比导致的可靠度指标下降不相上下, 姚继涛等<sup>[4]</sup>对钢筋混凝土梁挠度进行可靠度分析, 表明影响钢筋混凝土受弯构件挠度控制可靠度的最主要因素是可变作用效应的相对数值  $\rho_{Qk}$ , 且目前对于受弯构件可靠度控制标准较为适中; 钢筋混凝土梁的性能随着温度的降低会受到一定的影响, 如脆性和刚度会出现一定程度变化, 尽管如此, 计算低温下梁的挠度仍可参考规范公式<sup>[5]</sup>。目前对于超低温下钢筋混凝土受弯构件挠度控制可靠度相关研究甚少。综上, 在现有规范及相关混凝土低温性能研究的基础上, 运用 MATLAB 软件和蒙特卡洛法对超低温下钢筋混凝土受弯梁挠度控制可靠度进行分析和研究。

## 1 挠度验算公式

### 1.1 蒙特卡洛法方法

基于蒙特卡洛法基本原理<sup>[6]</sup>, 通过软件 MATLAB 生成若干组服从概率分布特性的变量随机数并进行计算。则给出失效概率

$$P_f = P(Z(\omega) \leq 0) = \frac{n}{N} \quad (1)$$

可靠指标

$$\beta = \varphi^{-1}(1 - P_f) \quad (2)$$

式中:  $Z(\omega)$  为失效概率的功能函数;  $n$  为  $Z(\omega) < 0$  的组数;  $\omega$  为服从某种概率分布的随机变量;  $N$  为生成随机变量  $\omega$  的组数。

### 1.2 超低温下钢筋混凝土受弯相关性能

由于超低温下钢筋混凝土的性能与常温下的存在一定差异, 将对超低温下钢筋混凝土受弯构件挠度控制分析造成一定的影响, 需将其考虑在内。已有对超低温下钢筋混凝土梁的力学性能研究表明: 混凝土的弹性模量随着温度的降低逐渐增大, 当温度降至  $-130^\circ\text{C}$  时达到最大增幅, 此时的弹性模量约为常温下的 1.41 倍<sup>[7]</sup>, 同时给出各温度梯度下混凝土的弹性模量与常温下的比值系数曲线, 如图 1a; 混凝土在超低温下的轴心抗拉强度随温度的降低呈波动式增长的趋势, 且离散性较大, 主要分为三个阶

[收稿日期] 2021-05-27

[基金项目] 国家自然科学基金(51508171); 湖北省自然科学基金(2020CFB860); 湖北省桥梁安全监控技术及装备工程技术研究中心开放基金(QLZX2014001)

[第一作者] 严泽华(1996-), 男, 福建福清人, 湖北工业大学硕士研究生, 研究方向为超低温钢筋混凝土梁的力学性能和可靠度

[通信作者] 李 扬(1986-), 男, 宁夏石嘴山人, 工学博士, 湖北工业大学副教授, 研究方向为极端环境工程结构可靠性

段:

1) 损伤阶段,在 $-10^{\circ}\text{C}\sim 20^{\circ}\text{C}$ 区间内,混凝土受拉强度略有降低,波动较小;

2) 增长阶段,在 $-120^{\circ}\text{C}\sim -10^{\circ}\text{C}$ 区间内,混凝土受拉强随着温度的降低,呈线性增长的趋势;

3) 平稳阶段,在 $-196^{\circ}\text{C}\sim -120^{\circ}\text{C}$ 区间内,混凝土受拉强随着温度的降低,处于平稳状态。

由回归方程给出各温度梯度下混凝土的轴心抗拉强度与常温下的比值系数曲线<sup>[8]</sup>,见图 1b。

国内已有学者研究表明钢筋的弹性模量基本不受温度降低的影响<sup>[5]</sup>。同时国外有研究表明钢筋混凝土在降温过程中混凝土与钢筋的热变形性能差异会逐渐凸显,由此将会引起钢筋混凝土构件出现的温度应力<sup>[9-10]</sup>,同时钢筋与混凝土之间的粘结性能也会受到低温影响,极限粘结强度随温度的降低,呈增大的趋势<sup>[11]</sup>。

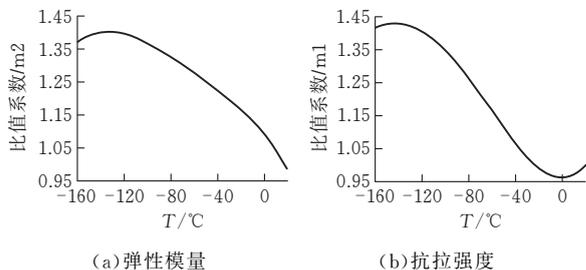


图 1 常温下混凝土的弹性模量、抗拉强度的比值曲线

### 1.3 挠度可靠度分析模型

假设超低温下钢筋混凝土的轴心抗拉强度、梁的尺寸、弹性模量等统计参数分布规律与常温下一致,且不考虑在降温过程中由温度作用引起的钢筋与混凝土之间的相互错动以及所产生的温度应力,引入各温度梯度作用下与常温下的混凝土轴心抗拉强度比值系数  $m_1$  与常温下的混凝土弹性模量比值系数  $m_2$ , 根据《混凝土结构设计规范》GB 50010—

2010(2015 年版),在正常使用极限状态下,按荷载准永久组合,给出超低温下钢筋混凝土受弯梁挠度的计算公式(考虑钢筋应变不均匀系数)为:

$$S = \zeta M_q l_0^2 / B \quad (3)$$

$$B = B_s / \theta \quad (4)$$

$$B_s = \frac{E_s A_s h_0^2}{1.15\psi + 0.2 + \frac{6\alpha_E \rho}{1 + 3.5\gamma_f}} \quad (5)$$

$$\psi = 1.1 - 0.65 [m_1 f_{tk} / (\rho_{te} \sigma_s)] \quad (6)$$

$$\alpha_E = E_s / (m_2 E_c) \quad (7)$$

$$\sigma_s = M_q / (0.87A_s h_0) \quad (8)$$

$$M_q = M_{Gk} + \psi_q M_{Qk} \quad (9)$$

式中: $M_{Gk}$ 和 $M_{Qk}$ 分别为永久荷载和可变荷载产生的弯矩标准值; $\psi_q$ 为准永久值系数,对于住宅取 0.4;其他式中参数见 GB 50010—2010(2015 年版)。

GB 50010—2010(2015 年版)作用组合效应的设计值  $S$  应满足<sup>[12]</sup>

$$S \leq C \quad (10)$$

式中: $C$ 为受弯构件的挠度限值。在该可靠度模型分析中, $S$ 按荷载作用的准永久组合并考虑长期荷载作用的影响进行计算。对要求不出现裂缝,则挠度控制方程为:

$$\frac{\zeta \theta (M_{Gk} + \psi_q M_{Qk}) l_0^2}{E_s A_s h_0^2} \left( 1.15\psi + 0.2 + \frac{6\alpha_E \rho}{1 + 3.5\gamma_f} \right) \leq C \quad (11)$$

可靠度分析模型可表示为

$$Z = C - \eta \frac{\zeta \theta (M_{Gk} + \psi_q M_{Qk}) l_0^2}{E_s A_s h_0^2} \cdot \left( 1.15\psi + 0.2 + \frac{6\alpha_E \rho}{1 + 3.5\gamma_f} \right) \quad (12)$$

$\eta$ 为计算模式不定性系数<sup>[13]</sup>。

### 1.4 统计参数

在失效函数中,相关基本变量统计参数见表 1。

表 1 基本变量统计参数

基本变量	分布类型	均值系数	变异系数	参考文献	
计算模式不定系数 $\eta$	正态分布	0.98	0.105	[14]	
永久荷载 $G$	正态分布	1.06	0.07	[14]	
可变荷载 $Q$	极值 I 型分布	0.392	0.321	[14]	
钢筋弹性模量 $E_s$	正态分布	1.00	0.06	[14]	
混凝土弹性模量 $E_c$	正态分布	1.00	0.20	[15]	
混凝土轴心抗拉强度 $f_{tk}$	C20	正态分布	1.42	0.18	[16]
	C30	正态分布	1.30	0.14	[16]
	C40	正态分布	1.25	0.12	[16]
	C50	正态分布	1.22	0.11	[16]
截面宽度 $B$	正态分布	1.00	0.02	[14]	
截面高度 $H$	正态分布	1.00	0.02	[14]	
保护层厚度 $c_s$	正态分布	0.85	0.03	[14]	
钢筋直径 $d$	正态分布	1.00	0.0175	[14]	

## 2 挠度可靠度计算

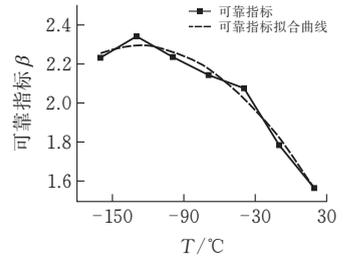
### 2.1 算例

设计某钢筋混凝土梁截面尺寸长度  $l_0 = 7000 \text{ mm}$ , 宽度  $B = 250 \text{ mm}$ , 高度  $H = 700 \text{ mm}$ , 选用 HRB335 钢筋, 混凝土等级 C30, 钢筋直径  $d = 20 \text{ mm}$ , 保护层厚度  $c_s = 20 \text{ mm}$ , 弯矩效应比  $\rho_{Qk} = M_{Qk}/M_{Gk} = 0.5$ , 假定构件由常温  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  降至  $-160 \text{ }^\circ\text{C}$  下, 按蒙特卡洛法计算构件在各温度梯度下的失效概率和可靠度, 并利用控制变量法计算在上述因素改变的情况下, 各温度梯度下构件可靠度的变化趋势。根据工程实际中出现的情况, 取构件长度  $l_0$  为  $6400 \sim 7600 \text{ mm}$ , 混凝土等级 C20—C50, 钢筋尺寸  $d$  为  $14 \sim 22 \text{ mm}$ , 保护层厚度  $c_s$  为  $20 \sim 40 \text{ mm}$ , 弯矩效应比  $\rho_{Qk}$  为  $0.1 \sim 2$ 。

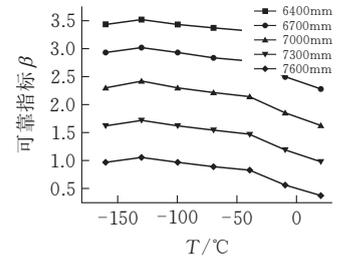
### 2.2 可靠指标分析

如图 2a, 在此引入上述轴心抗拉强度比值系数  $m_1$  和弹性模量比值系数  $m_2$ , 按可靠度分析模型得出各温度梯度下钢筋混凝土受弯挠度控制可靠指标及拟合曲线, 由图可看出, 随温度的降低, 可靠指标  $\beta$  非线性增大, 在  $-130 \text{ }^\circ\text{C}$  下达到极值  $\beta = 2.346$ , 随后略有降低。分析其主要原因是与超低温下混凝土弹性模量相关, 随着温度的降低弹性模量逐渐增大, 在  $-130 \text{ }^\circ\text{C}$  达到最大增幅, 约为常温下的 1.41 倍, 随温度的继续降低, 略有减小, 与可靠指标  $\beta$  变化趋势大致相似。图 2b、c、d、e、f 为不同变量因素下构件可靠指标与超低温的关系。随着温度的降低, 各因素下可靠指标变化大致相似, 均呈非线性增大, 在  $-130 \text{ }^\circ\text{C}$  下达到极值。由于混凝土保护层厚度  $c_s$  及混凝土等级与混凝土超低温弹性模量相关, 变化区间较大。可靠指标  $\beta$  随着受弯梁长度  $l_0$  的增大逐渐减小, 受弯梁长度  $l_0$  由  $6.4 \text{ m}$  增加到  $7.6 \text{ m}$ , 可靠指标极值在  $3.075 \sim 0.572$  之间变化, 变化幅度较大; 随着钢筋尺寸的增大逐渐增大, 钢筋尺寸  $d$  由  $14 \text{ mm}$  增大到  $22 \text{ mm}$ , 可靠指标极值在  $-0.534 \sim 2.311$  之间变化, 且相较而言各曲线随温度的降低波动不大; 随着弯矩效应比的  $\rho_{Qk}$  增大逐渐增大,  $\rho_{Qk}$  由  $0.1$  增大到  $2$ , 可靠指标极值在  $0.840 \sim 4.085$  之间变化; 随着保护层厚度  $c_s$  的增大逐渐减小,  $c_s$  由  $20 \text{ mm}$  增大到  $40 \text{ mm}$ , 可靠指标极值在  $1.856 \sim 1.539$  之间变化; 随混凝土等级的增加逐渐增大, 由 C20 增大到 C50, 可靠指标在  $1.473 \sim 2.161$  之间变化, 且各曲线随温度的降低呈现一定波动。

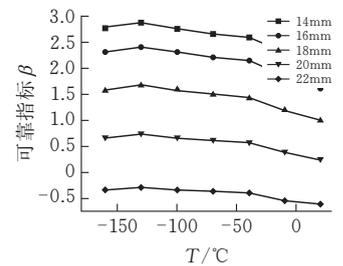
各变量因素下受弯梁在各温度梯度下的可靠指标详见表 2, 比较超低温各温度梯度下各因素的改变



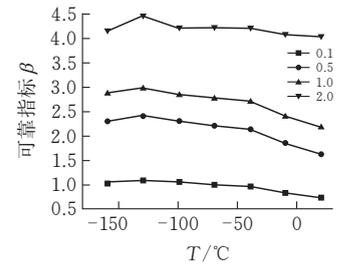
(a) 可靠指标  $\beta$  随温度变化及拟合曲线



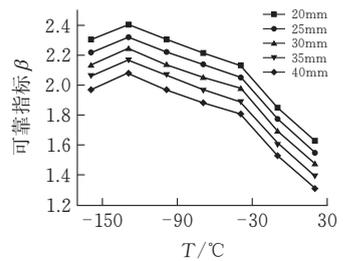
(b) 不同长度梁  $l_0$



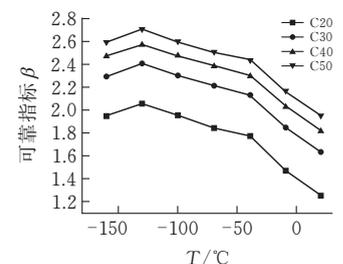
(c) 不同钢筋尺寸  $d$



(d) 不同弯矩效应比



(e) 不同保护层厚度  $c_s$



(f) 不同混凝土等级

图 2 不同因素下可靠指标  $\beta$  随温度变化曲线

变,由可靠指标 $\beta$ 极值差值的均值得出在各温度梯度下混凝土强度等级与保护层厚度 $c_s$ 对超低温下受弯梁挠度控制的影响最为显著,其次为梁的长度 $l_0$ 、钢筋尺寸 $d$ 、荷载效应比 $\rho_{Qk}$ ,与常温下可变作用

效应对挠度控制影响最为显著<sup>[4]</sup>存在一定差异。

在规范中<sup>[17]</sup>,正常使用极限状态设计的目标可靠度指标为 $0\sim 1.5$ ,直径为14 mm HRB335 钢筋(配筋率0.36%)不足以满足正常使用状态。

表2 各因素对可靠指标 $\beta$ 的影响

影响因素	取值	可靠指标 $\beta$							最大值 $\beta_{\max}$	最小值 $\beta_{\min}$	差值 $\beta$
		-160℃	-130℃	-100℃	-70℃	-40℃	-10℃	20℃			
保护层 厚度 $c_s/\text{mm}$	20	1.631	1.856	2.134	2.219	2.310	2.410	2.305	2.410	1.631	0.779
	25	1.555	1.775	2.054	2.138	2.227	2.325	2.223	2.325	1.555	0.769
	30	1.476	1.691	1.981	2.055	2.144	2.250	2.138	2.250	1.476	0.773
	35	1.393	1.610	1.894	1.972	2.069	2.174	2.064	2.174	1.393	0.781
	45	1.310	1.529	1.808	1.884	1.975	2.083	1.976	2.083	1.310	0.773
	最大值	1.631	1.856	2.134	2.219	2.310	2.410	2.305	—	—	—
	最小值	1.310	1.529	1.808	1.884	1.975	2.083	1.976	—	—	—
	差值	0.321	0.327	0.326	0.335	0.335	0.327	0.329	0.335	0.321	—
荷载效 应比 $\rho$	0.1	0.741	0.840	0.971	1.008	1.051	1.102	1.051	1.102	0.741	0.361
	0.5	1.632	1.852	2.136	2.217	2.306	2.409	2.300	2.409	1.632	0.776
	1	2.188	2.409	2.704	2.784	2.857	2.981	2.883	2.981	2.188	0.793
	2	4.038	4.085	4.206	4.224	4.224	4.465	4.159	4.465	4.038	0.428
	最大值	4.038	4.085	4.206	4.224	4.224	4.465	4.159	—	—	—
	最小值	0.741	0.840	0.971	1.008	1.051	1.102	1.051	—	—	—
	差值	3.297	3.245	3.235	3.216	3.173	3.363	3.108	3.363	3.108	—
钢筋尺寸 $d/\text{mm}$	14	-0.631	-0.534	-0.411	-0.378	-0.341	-0.294	-0.342	-0.294	-0.631	0.34
	16	0.225	0.370	0.556	0.606	0.665	0.733	0.664	0.733	0.225	0.51
	18	1.008	1.195	1.439	1.507	1.585	1.674	1.585	1.674	1.008	0.67
	20	1.633	1.853	2.139	2.213	2.302	2.404	2.309	2.404	1.633	0.77
	22	2.088	2.311	2.610	2.680	2.773	2.879	2.784	2.879	2.088	0.79
	最大值	2.088	2.311	2.610	2.680	2.773	2.879	2.784	—	—	—
	最小值	-0.631	-0.534	-0.411	-0.378	-0.341	-0.294	-0.342	—	—	—
差值	2.719	2.845	3.021	3.058	3.114	3.173	3.126	3.173	2.719	—	
混凝土 等级	20	1.247	1.473	1.775	1.851	1.950	2.059	1.949	2.059	1.247	0.812
	30	1.633	1.854	2.132	2.209	2.301	2.410	2.301	2.410	1.633	0.777
	40	1.821	2.038	2.313	2.392	2.476	2.580	2.473	2.580	1.821	0.759
	50	1.953	2.161	2.439	2.506	2.600	2.705	2.598	2.705	1.953	0.752
	最大值	1.953	2.161	2.439	2.506	2.600	2.705	2.598	—	—	—
	最小值	1.247	1.473	1.775	1.851	1.950	2.059	1.949	—	—	—
差值	0.706	0.688	0.664	0.656	0.650	0.646	0.648	0.706	0.646	—	
受弯梁 的长度 $l_0/\text{mm}$	6400	2.879	3.075	3.321	3.390	3.432	3.534	3.449	3.534	2.879	0.654
	6700	2.285	2.504	2.781	2.839	2.933	3.027	2.938	3.027	2.285	0.742
	7000	1.629	1.849	2.139	2.215	2.305	2.415	2.304	2.415	1.629	0.785
	7300	0.986	1.193	1.469	1.542	1.629	1.730	1.629	1.730	0.986	0.744
	7600	0.379	0.572	0.825	0.892	0.973	1.068	0.974	1.068	0.379	0.689
	最大值	2.879	3.075	3.321	3.390	3.432	3.534	3.449	—	—	—
	最小值	0.379	0.572	0.825	0.892	0.973	1.068	0.974	—	—	—
差值	2.501	2.502	2.496	2.497	2.459	2.466	2.476	2.502	—	—	

### 3 结论

1) 钢筋混凝土受弯梁由常温20℃降至-160℃下,受混凝土弹性模量变化影响,受弯梁挠度可靠指标 $\beta$ 呈非线性增长的趋势,在-130℃下达到极值,随后略有降低,与混凝土弹性模量变化趋势相似。

2) 比较各温度梯度下各因素的改变,计算可靠指标 $\beta$ 极值的差值得出,在低温各温度梯度下混凝土强度等级与保护层厚度 $c_s$ 对受弯梁挠度控制的影响最大,其次为梁的长度 $l_0$ 、钢筋尺寸 $d$ 、荷载效应比 $\rho_{Qk}$ ,与常温下存在一定差异。

## [参 考 文 献]

- [1] KOUROSH NASROLLAHZADEH, REZA AGHAMOHAMMADI. Reliability analysis of shear strength provisions for FRP-reinforced concrete beams[J]. Engineering Structures, 2018, 176: 785-800.
- [2] HASSAN BAJI, HAMID REZA RONAGH. Reliability analysis of moment redistribution in reinforced concrete beams[J]. Magazine of Concrete Research, 2013, 65(13): 769-779.
- [3] CHRISTOPHER D. EAMON, ELIN JENSEN. Reliability analysis of prestressed concrete beams exposed to fire[J]. Engineering Structures, 2012, 43: 69-77.
- [4] 姚继涛, 刘伟, 宋璨. 混凝土受弯构件挠度控制可靠度分析[J]. 建筑结构学报, 2017, 38(9): 154-159.
- [5] 谢剑, 雷光成, 魏强, 等. 超低温下钢筋混凝土梁受弯性能试验研究[J]. 建筑结构学报, 2014, 35(12): 65-71.
- [6] 张丽波, 郭将, 刘晓. 响应面法与蒙特卡洛法边坡可靠性评价方法对比研究[J]. 武汉大学学报(工学版), 2016, 49(5): 779-786.
- [7] 时旭东, 张亮, 郑建华, 等. 低温-常温循环作用下混凝土力学性能试验研究[J]. 混凝土与水泥制品, 2012(7): 6-10.
- [8] 时旭东, 居易, 马驰, 等. 混凝土低温受拉强度试验研究[J]. 建筑结构, 2016, 46(13): 86-89.
- [9] LAHLOU DAHMANI, AMAR KHENANE, SALAH KACI. Behavior of the reinforced concrete at cryogenic temperatures[J]. Cryogenic, 2007, 47(9): 517-525.
- [10] REGINALD B. KOGBARA, SRINATH R. IYENGAR, ZACHARY C, et al. Zollinger. A review of concrete properties at cryogenic temperatures: Towards direct LNG containment[J]. Construction and Building Materials, 2013, 47: 760-770.
- [11] 谢剑, 李海瑞, 李会杰. 超低温下钢筋与混凝土粘结性能试验研究[J]. 冰川冻土, 2014, 36(3): 626-631.
- [12] 中华人民共和国住房和城乡建设部. GB50010-2010. 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国, 建筑工业出版社, 2010.
- [13] 杜绍帅. 混凝土受弯构件挠度控制的可靠度分析[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2017.
- [14] 李扬. 混凝土结构裂缝控制的安全度设置水平研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2013.
- [15] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 建筑结构可靠度设计统一标准: GBJ 68-1984[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1984.
- [16] 蔡江勇, 钟鸣, 王雪亮, 等. 高强钢筋混凝土梁裂缝控制可靠度分析[J]. 建筑结构, 2020, 50(3): 85-88.
- [17] 中华人民共和国住房和城乡建设部. GB 50068-2018 工程结构可靠性设计统一标准[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2018.

## Reliability Analysis of Bending Deflection of Reinforced Concrete Beams under Ultra-low Temperature

YAN Zehua, LI Yang, FANG Haotian

(School of Civil Engin., Architecture and Environment Hubei Univ. of Tech., Wuhan 430068, China)

**Abstract:** Based on the Monte Carlo method, the coefficient of variation  $m_1$  of the tensile strength of concrete for each temperature gradient and the coefficient of variation  $m_2$  of the modulus of elasticity of concrete for each temperature gradient were introduced, respectively, according to the functional functions at the limit state of normal use given in the Code for the Design of Concrete Structures (2015 edition). By varying the temperature of the reinforced concrete member, the protective layer thickness  $c_s$ , the bending moment effect ratio  $\rho_{Qk}$ , etc, the analysis of the reliability index for the control of bending deflection of reinforced concrete beams at ultra-low temperatures shows that: the reliability index  $\beta$  for bending deflection of reinforced concrete beams subjected to bending deflection increases non-linearly when the beam is lowered from room temperature  $20^\circ\text{C}$  to  $-160^\circ\text{C}$ , reaching a maximum value at  $-130^\circ\text{C}$ ; At each temperature gradient, the concrete strength grade and protective layer thickness  $c_s$  have the greatest influence on the flexural beam deflection control, which is different from that at room temperature.

**Keywords:** ultra-low temperature; reinforced concrete; flexural deflection; reliability; monte carlo method

[责任编辑: 裴 琴]