

[文章编号] 1003-4684(2021)05-0117-04

# 基于半梯形隶属函数的水质模糊评价

王 梅

(湖北工业大学实验室与资产管理处, 湖北 武汉 430068)

[摘 要] 针对水环境质量评价的问题,采用最大隶属度-模糊评价的方法确定污染指标权值的方法和水质量模糊评价方法的步骤。在案例分析中采用长江 17 个测点的水质指标检测数据,对照《地表水环境质量标准》(GB3838-2002),建立半梯形隶属函数、模糊关系矩阵和模糊权重矩阵,按照最大隶属度原则,得到模糊评价结果。分别采用 TOPSIS 法、灰色关联度法、RSR 法对各测点水质排序,排序结果与模糊评价方法评价的结论一致,表明采用最大隶属度-模糊评价法对地表水环境质量的评价是可行的。

[关键词] 半梯形隶属函数;水环境质量评价;最大隶属度原则;指标权值

[中图分类号] X824 [文献标识码] A

生产、经济、科学和工程活动的评价方法达 10 种之多。其中,理想点逼近法(TOPSIS)、灰色关联分析法、秩和比法(RSR)等适用于评价对象的排序,模糊评价法适用于评判评价对象属于不同的级别<sup>[1-2]</sup>。地表水环境质量评价问题就是要求判断水质指标监测值是否符合国标《地表水环境质量标准》(GB3838-2002)<sup>[3]</sup>规定的相应级别标准限值。有很多学者采用模糊数学的方法对水环境质量进行评价,如马红娟等运用熵权法确定各评价指标的客观权重,并与层次分析法的主观权重结合<sup>[4]</sup>,对水环境进行模糊综合评价;唐小囡对抚顺市水环境进行模糊评价,并对抚顺段水污染所造成经济损失进行计算<sup>[5]</sup>;文献[6]将模糊数学法运用于水环境质量综合评价,使得评价结果具有现实性、科学性。国标对不同水体功能进行了分类,以判断水体类别质量达标与否,即所有水质指标是否全部达到该类水体的标准限值。因此,本文建立基于半梯形隶属函数的评价模型,采用这种评价方法,可保证某个水质指标不达标时呈现“一票否决”的效果。

## 1 污染因子的权值

对每个监测站点的数据<sup>[7]</sup>进行分析。主要污染因子为溶解氧(DO)、高锰酸盐指数(COD<sub>Mn</sub>)、氨氮(NH<sub>3</sub>-N)、pH 值。其中,溶解氧(DO)为高优指标,高锰酸盐指数和氨氮为低优指标,pH 值为区间型指标。从水污染检测数据看,pH 值除一次检测数

据达到 9.26 外,其他数据均在 6~9 之间,因此,在评价中忽略 pH 值的影响。

根据监测数据计算各污染因子的权重,计算公式如下:

溶解氧(DO)

$$\begin{cases} \omega_i = 1, x_i \geq s_{i,1}, \\ \omega_i = j + \frac{s_{i,j} - x_i}{s_{i,j} - s_{i,j+1}}, s_{i,j+1} \leq x_i < s_{i,j}, \\ \omega_i = n, x_i \leq s_{i,n} \end{cases} \quad (1)$$

高锰酸盐指数(COD<sub>Mn</sub>)和氨氮(NH<sub>3</sub>-N)

$$\begin{cases} \omega_i = 1, x_i \leq s_{i,1}, \\ \omega_i = j + \frac{s_{i,j} - x_i}{s_{i,j} - s_{i,j+1}}, s_{i,j} < x_i \leq s_{i,j+1}, \\ \omega_i = n, x_i \geq s_{i,n} \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\omega_i$ 表示第*i*种污染因子的单项指标的相对权重; $x_i$ 表示第*i*种污染因子的监测值算术平均值; $s_{i,j}$ 表示第*i*种污染物第*j*级标准值。

利用式(1)(2),计算权重属于绝对权值。为了便于计算,对各单项指标权重进行归一化处理,即

$$w_i = \frac{\omega_i}{\sum \omega_i} \quad i = 1, 2, 3$$

其中  $w_i$  表示各污染指标的权重。

通过编程计算,得到权值为

$$w = [0.1485 \quad 0.3696 \quad 0.4819]$$

## 2 水质量的模糊综合评价

### 2.1 建立水污染物的隶属度函数

将评价等级分为 I 类、II 类、III 类、IV 类、V 类、

[收稿日期] 2020-12-02

[第一作者] 王 梅(1969-),女,湖北襄阳人,湖北工业大学工程师,研究方向为环境影响评价

劣Ⅴ类 6 个等级,建立 3 个指标 6 个评价等级的隶属度函数。溶解氧(DO)为高优指标,其半梯形隶属函数

$$\begin{aligned} f_1(\text{DO}) &= \begin{cases} 1 & x \geq 7.5, \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \\ f_2(\text{DO}) &= \begin{cases} \frac{8.25-x}{8.25-7.5} & 7.5 \leq x < 8.25, \\ 1 & 6 \leq x < 7.5, \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \\ f_3(\text{DO}) &= \begin{cases} \frac{6.75-x}{6.75-6} & 6 \leq x < 6.75, \\ 1 & 5 \leq x < 6, \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \\ f_4(\text{DO}) &= \begin{cases} \frac{5.5-x}{5.5-5} & 5 \leq x < 5.5, \\ 1 & 3 \leq x < 5, \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \\ f_5(\text{DO}) &= \begin{cases} \frac{4-x}{4-3} & 3 \leq x < 4, \\ 1 & 2 \leq x < 3, \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \\ f_6(\text{DO}) &= \begin{cases} \frac{2.5-x}{2.5-2} & 2 \leq x < 2.5, \\ 1 & 0 \leq x < 2, \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \end{aligned}$$

高锰酸盐指数(COD<sub>Mn</sub>)、氨氮(NH<sub>3</sub>-N)为低优指标,其中高锰酸盐指数(COD<sub>Mn</sub>)的半梯形隶属函数:

$$\begin{aligned} f_1(\text{COD}) &= \begin{cases} 1 & x \leq 2, \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \\ f_2(\text{COD}) &= \begin{cases} 1 & 2 < x \leq 4, \\ \frac{2-x}{2-1} & 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \\ f_3(\text{COD}) &= \begin{cases} 1 & 4 < x \leq 6, \\ \frac{4-x}{4-3} & 3 < x \leq 4 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \\ f_4(\text{COD}) &= \begin{cases} 1 & 6 < x \leq 10, \\ \frac{6-x}{6-5} & 5 < x \leq 6 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \\ f_5(\text{COD}) &= \begin{cases} 1 & 10 < x \leq 15, \\ \frac{10-x}{10-8} & 8 < x \leq 10 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \\ f_6(\text{COD}) &= \begin{cases} 1 & x \geq 15, \\ \frac{15-x}{15-12.5} & 12.5 < x \leq 15 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \end{aligned}$$

2.2 计算模糊评判矩阵

对于评价指标  $x_i(i=1,2,3)$ ,第  $s$  个站点属于

第  $t$  个评价等级的评价系数(隶属度),记为  $x_{it}^{(s)}(t=1,2,\cdots,6)$ ,则有  $x_{it}^{(s)} = \sum_{k=1}^p f_t(x_k)$ 。 $p=28$  表示对长江水质的检测次数, $x_k$ 表示第  $k$  次的检测值。第  $s$  个站点属于各个评价等级的总评价系数记为  $x_i^{(s)}$ ,则有

$$x_i^{(s)} = \sum_{t=1}^6 x_{it}^{(s)} \tag{3}$$

对所有检测值就评价指标  $x_i(i=1,2,3)$ ,第  $s$  个站点属于第  $t$  个等级的隶属程度,记为  $r_{it}^{(s)}$ ,则由式(3)得

$$r_{it}^{(s)} = \frac{x_{it}^{(s)}}{x_i^{(s)}} \tag{4}$$

第  $s$  个站点的评价指标  $x_i(i=1,2,3)$ ,各类别的水质的单因素评判向量

$$\mathbf{R}_i^{(s)} = (r_{i1}^{(s)}, r_{i2}^{(s)}, \cdots, r_{i6}^{(s)})$$

计算出全部测点的指标对评价等级的评价向量,汇总得到评价等级的评判矩阵

$$\mathbf{R}^{(s)} = \begin{bmatrix} r_{11}^{(s)} & r_{12}^{(s)} & \cdots & r_{16}^{(s)} \\ r_{21}^{(s)} & r_{22}^{(s)} & \cdots & r_{26}^{(s)} \\ r_{31}^{(s)} & r_{32}^{(s)} & \cdots & r_{36}^{(s)} \end{bmatrix} \tag{5}$$

2.3 模糊综合评价

将各污染指标权值与式(5)相乘,得到关于第  $s$  个站点作综合评价模型,即

$$\mathbf{B}^{(s)} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{R}^{(s)} = (b_1^{(s)}, b_2^{(s)}, \cdots, b_6^{(s)})$$

根据最大隶属度原则,确定第  $s$  个站点近两年的水质情况所属类别。本文采用 Matlab 软件编程。为了编程方便,先将长江水污染检测数据中的 17 个监测站点依次编号为 1#~17#(1#~7#是位于长江流域干流测点,其他测点是位于支流测点),又将数据中的 4 个污染因子(pH 值、溶解氧、高锰酸盐指数和氨氮)的数据整理放在文件 Excel 表格中,通过编程计算,其计算结果见表 1。

由表 1 可见,利用半梯形隶属函数分别对 17 个监测站点的平均水污染指标进行模糊综合评判。结果表明,有 3 个监测站点水质为Ⅰ类,11 个监测站点水质为Ⅱ类,2 个监测站点水质为Ⅲ类,1 个监测站点水质为Ⅵ类。其中,1#~7#测点水质都在第 1 等级和第 2 等级之间,表明干流水质状况良好。水质较差的为 15#测点,测点位于长江支流南昌鄱阳湖入口附近。

本文分别采用 TOPSIS 法、灰色关联度法、RSR 法对 17 个观测站水质质量排序,通过 Matlab 编程,求出 17 个观测站平均水质情况及排序情况(表 2)。由表 2 知,利用不同的方法对 17 个观测站的水质排序,排序结果与模糊评价方法结论一致。但是,排序评价方法只能把众多测点测值进行总体排序,不能

评判单个测点测值是否符合评价标准限值。

表 1 17 个监测站点 28 次测值的平均水质模糊评价结果

编号	I 类	Ⅱ类	Ⅲ类	Ⅳ类	V 类	劣 V 类	评价结果
1 井	0.5599	0.3486	0.0612	0.0303	0	0	I
2 井	0.3005	0.5346	0.1648	0	0	0	Ⅱ
3 井	0.1742	0.6469	0.1686	0.0103	0	0	Ⅱ
4 井	0.1016	0.592	0.297	0.0094	0	0	Ⅱ
5 井	0.3303	0.6099	0.0598	0	0	0	Ⅱ
6 井	0.1891	0.7165	0.0944	0	0	0	Ⅱ
7 井	0.4870	0.4412	0.0718	0	0	0	I
8 井	0	0.263	0.3714	0.2345	0.1063	0.0248	Ⅲ
9 井	0.3155	0.4798	0.1422	0.0213	0.0413	0	Ⅱ
10 井	0.2155	0.4337	0.2076	0.0949	0.0038	0.0445	Ⅱ
11 井	0.6807	0.3193	0	0	0	0	I
12 井	0.1636	0.2957	0.3456	0.2316	—0.0366	0	Ⅲ
13 井	0.0941	0.5093	0.3294	0.0671	0	0	Ⅱ
14 井	0.2062	0.6253	0.1553	0.0132	0	0	Ⅱ
15 井	0.2007	0.1478	0.2042	0.1917	0.0016	0.254	Ⅵ
16 井	0.1746	0.553	0.1972	0.0631	0.0121	0	Ⅱ
17 井	0.1979	0.5812	0.1968	0.0241	0	0	Ⅱ

表 2 17 个观测站平均水质评判结果

编号	模糊评价	TOPSIS	灰色关联度	RSR
	评价结果(水质类别)	评价结果(排序)	评价结果(排序)	评价结果(排序)
1 井	0.5599 (I)	0.4952(4)	0.8880(4)	0.7798(3)
2 井	0.5346(Ⅱ)	0.2665(11)	0.9004(2)	0.6698(5)
3 井	0.6469(Ⅱ)	0.3372(7)	0.7893(8)	0.5884(7)
4 井	0.5920(Ⅱ)	0.2674(10)	0.7231(11)	0.4098(12)
5 井	0.6099(Ⅱ)	0.5661(3)	0.8360(5)	0.7188(4)
6 井	0.7165(Ⅱ)	0.3908(6)	0.7976(6)	0.6272(6)
7 井	0.4870(I)	0.7143(2)	0.8908(3)	0.8692(2)
8 井	0.3714(Ⅲ)	0.0813(16)	0.5254(16)	0.1290(17)
9 井	0.4798(Ⅱ)	0.2031(13)	0.7970(7)	0.4817(10)
10 井	0.4337(Ⅱ)	0.0972(14)	0.6311(15)	0.2184(16)
11 井	0.6807(I)	1(1)	1(1)	1.0143(1)
12 井	0.3456(Ⅲ)	0.0853(15)	0.7013(13)	0.3710(13)
13 井	0.5093(Ⅱ)	0.2261(12)	0.6807(14)	0.2794(15)
14 井	0.6253(Ⅱ)	0.4558(5)	0.7363(10)	0.5519(8)
15 井	0.2540(Ⅵ)	0.0088(17)	0.5131(17)	0.3284(14)
16 井	0.5530(Ⅱ)	0.3091(8)	0.7063(12)	0.4464(11)
17 井	0.5812(Ⅱ)	0.30868(9)	0.7597(9)	0.5166(9)

### 3 结论

对于地表水环境质量评价,采用最大隶属度—模糊评价的方法,具有计算简单、科学合理、适合编程等特点。在评价中设置各污染物权值(根据各污染因子超标情况进行加权,超标越多,加权越大)克服了因忽略污染因子差异而均分权值的缺点。应用这种方法,能够快速判别水环境质量类别,为水环境

质量管理提出依据。这种最大隶属度—模糊评价方法亦可适用于对环境空气质量的评价。

#### [ 参 考 文 献 ]

[1] 司守奎,孙兆亮. 数学建模算法与应用[M].北京:国防工业出版社,2017.

[2] 谢季坚 刘承平. 模糊数学方法及其应用[M]. 武汉:华中科技大学出版社,2006.

- [3] 国家环境保护总局,国家质量监督检验检疫总局. 地表水环境质量标准:GB3838—2002[S].北京:中国环境科学出版社,1999.
- [4] 马红娟,史西专,刘万里. 基于熵权法和多层次分析法的水环境模糊综合评价研究[J]. 数学的实践与认识,2015,45(6):154-164.
- [5] 唐小囡. 抚顺市水环境模糊评价[J]. 黑龙江科技信息,2016,32:41.
- [6] 隋文斌.模糊数学法在水环境质量综合评价中的应用[J].长春工业大学学报:自然科学版,2012,33(4):367-370.
- [7] HUANGRUIJI110. 全国大学生数学建模竞赛(CUMCM)历年试题汇总[ED/OL].[2011-04-16].<https://bbs.pinggu.org/thread-1079100-1-1.html>.

## Fuzzy Evaluation of Water Quality Based on Semi-Trapezoidal Membership Function

WANG Mei

(Laboratory and Asset Management Division, Hubei Univ. of Tech., Wuhan 430068, China)

**Abstract:** This paper researches questions of the evaluation of water environmental quality by means of the maximum membership grade principle -fuzzy evaluation. The method to determine the weight of pollution index and the steps of the fuzzy evaluation method of water quality are expounded. In case analysis,the national college students' mathematical modeling competition subject is given of the Yangtze river water quality indexes of testing data (including 17 point data). In contrast to national standard "surface water environment quality standard" (GB3838-2002), the main index standard limit, half trapezoid membership function, fuzzy relationship matrix and fuzzy weight matrix are created. According to the maximum membership degree principle, Fuzzy evaluation results are obtained. Moreover, TOPSIS method, grey relational degree method and RSR method were used to rank the water quality of each measuring point, and the ranking results were consistent with the conclusion of fuzzy evaluation method, which indicated that the maximum membership degree fuzzy evaluation method was feasible to evaluate the environmental water quality of surface water.

**Keywords:** semi-trapezoidal membership function; water environmental quality assessment; maximum membership principle; the weights of indicators

[责任编辑校:张 众]