

[文章编号] 1003—4684(2020)05-0050-05

均匀圆形频控阵非线性频偏的波束仿真分析

柯 凡, 张正文

(湖北工业大学电气与电子工程学院, 湖北 武汉 430068)

[摘 要] 针对频率分集阵列(Frequency Diverse Array, FDA)发射波束的距离和角度耦合问题,提出一种基于均匀圆形频率分集阵列的非线性增长频偏方法。首先分析 UCFDA 的阵列结构,并推导基于线性频偏的发射信号处理模型;接着引入四种非线性频偏,研究基于非线性频偏的发射信号处理模型。数值仿真表明,与线性频偏相比,提出的四种非线性频偏能解决距离和角度的耦合问题,且具有较高的主瓣分辨率。

[关键词] 均匀圆形频控阵; 距离角度耦合; 非线性频偏; 波束形成

[中图分类号] TN958.5 [文献标识码] A

基于频控阵阵列的波束形成是通过多根天线发射电磁波,通过调整权重定向的发射波束,达到增强期望信号和抑制干扰信号的一项技术。2006 年, Antonik 在国际雷达会议首次提出了频控阵雷达的概念。FDA 直译为频率分集阵列,也叫频控阵。王文钦等人^[1]对频率分集阵列的研究现状进行了总结,指出其应用前景和亟待解决的难题。相控阵不能识别同一角度下不同距离的目标,不具备距离维的分辨力,而频控阵是各个天线单元加入相对于中心频率很小的频偏,在相控阵的自由度的基础上将波束方向图与距离联系起来,使其波束图呈距离角度二维相关。基于频控阵角度距离波束图研究,将其应用于其他领域仍然是研究的重点。

Mahmood 等人^[2]提出了基于三角函数的形式的分段频偏,该方法有更好的峰值旁瓣比和更窄的主瓣。Y. Ma 等人^[3]分析了 FDA 频率增量和波束形成的关系,提出了一种聚焦波束形成的数学优化方法。王博等人^[4]采用非线性偏频的思想研究频控阵的波束控制,扩展了频控阵研究方向。Gao 等人^[5]提出平方增长形式非线性分布的频偏 FDA (square-FDA),分析了距离与角度耦合的原因。平方频偏分布频率分集阵列雷达主瓣波束宽度更窄,发射波束的能量聚焦在一个目标点上,能够减缓目标定位在距离维和角度维的模糊性。王文钦^[6]基于阵元非均匀分布,提出非均匀线性间隔排列的频控阵,阵元间间隔不是等距的,阵元间的频偏是线性分布的,间距与波长有关。模型固定后,载频和频偏不能随时间改变,没有应用前景。王文钦基于阵元均

匀分布,结合非线性增长的正弦频偏形式的 FDA (sin-FDA),消除了距离和角度维的耦合性,但会有点状旁瓣凸起,使得整个旁瓣级变大^[7]。Khan 等人^[8]将均匀线性阵列和对数增长的频偏相结合,提出 log-FDA (logarithmically increasing frequency-offset FDA, log-FDA) 雷达,能在期待目标位置形成点状波束,减弱了线性增长频偏频控阵雷达的距离和角度的耦合特性,但在距离维和角度维的波束都较宽,分辨率不高。

针对以上问题,基于均匀圆型阵列模型,提出了基于非线性频偏的频控阵雷达发射波束形成方法。在分析 UCFDA 阵列结构的基础上,推导了基于线性频偏的频控阵发射信号处理模型;而后构建四种非线性频偏函数,提出了基于非线性频偏的圆型频控阵发射信号处理模型。最后数值仿真了提出的四种非线性频偏的有效性。

1 均匀圆阵频率分集阵列(UCFDA)

均匀圆阵频控阵模型见图 1。

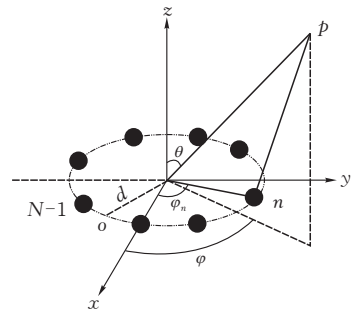


图 1 均匀圆阵频控阵模型

$$r_n = r - d \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_n) \tag{1}$$

以阵元圆心作为参考(图 1),式(1)中, r 是均匀圆阵圆心到空间任意点的距离, r_n 是第 n 个阵元到空间任意某点的距离; θ 仰角是空间任意某点到参考点的连线与 z 轴的夹角, $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$; φ 方位角, 空间任意点到参考点的连线在阵元平面的投影同 x 轴的夹角, $\varphi \in [0, 2\pi]$; φ_n 是第 n 个阵元和参考点连线与 x 轴的夹角, $\varphi_n = \frac{2\pi n}{N}, n = 0, 1, \dots, N - 1$ 。

图 2 为均匀圆阵频控阵模型。其中圆的半径为 d , 第 n 个阵元的发射频率

$$f_n = f_0 + g(n)\Delta f, n = 0, 1, \dots, N - 1 \tag{2}$$

式(2)中, n 为阵元序号, N 为真元的总个数。 $g(n)$ 是 n 的离散函数, f_0 为雷达的中心频率, Δf_n 为第 n 个阵元相对中心频率的频偏, 同中心频率不是一个数量级, 远小于中心频率。 设第 n 个阵元的发射信号为单频信号:

$$s_n(t) = a_n \exp(j2\pi f_n t), n = 0, 1, \dots, N - 1 \tag{3}$$

式(3)中, a_n 为复权重系数。 考虑到传播时间, 到达空间中任意点的发射信号可表示为:

$$s(t, r, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n s_n(t - \tau_n) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n \exp(j2\pi f_n(t - \frac{r_n}{c})) \tag{4}$$

将式(1)和式(2)带入式(4)

$$s(t) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n \exp(j2\pi(f_0 + g(n)\Delta f) \cdot (t - \frac{r - d \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_n)}{c}))$$
$$s(t) = \exp(j2\pi f_0(t - \frac{r}{c})) \cdot \sum_{n=0}^{N-1} a_n \exp(j2\pi(g(n)\Delta f(t - \frac{r}{c}) + \frac{df_0}{c} \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_n) + \frac{dg(n)\Delta f}{c} \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_n))) \tag{5}$$

因为 $(N - 1)\Delta f \ll f_0, \frac{dg(n)\Delta f}{c} \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_n)$

这一项相对于 $\frac{df_0}{c} \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_n)$ 可以忽略不计。

$$s(t) = \exp(j2\pi f_0(t - \frac{r}{c})) \sum_{n=0}^{N-1} a_n \cdot \exp(j2\pi(g(n)\Delta f(t - \frac{r}{c}) + \frac{df_0}{c} \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_n))) \tag{6}$$

阵元发射信号到达空间任意点 $p(r, \theta, \varphi)$ 的阵列因子

$$AF(t, r, \theta, \varphi) = \left| \sum_{n=0}^{N-1} a_n \exp(j2\pi(g(n)\Delta f(t - \frac{r}{c}) + \frac{df_0}{c} \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_n))) \right|^2 \tag{7}$$

由式(6)知第 n 个阵元相较第 0 个阵元的发射信号相位差为:

$$\Delta \varphi_{n,0} = 2\pi g(n)\Delta f(t - \frac{r}{c}) + \frac{2\pi f_0 d \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_n)}{c}, n = 0, 1, \dots, N - 1$$

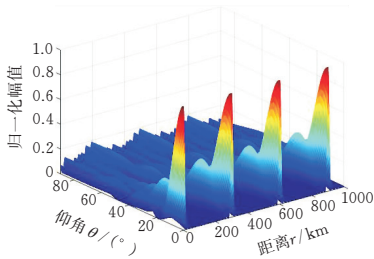
所以 FDA 波束到达最大值点的条件为:

$$2\pi g(n)\Delta f(t - \frac{r}{c}) + \frac{2\pi f_0 d \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_n)}{c} = 2\pi m, m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \tag{8}$$

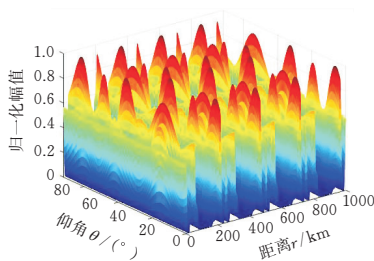
式(8)得知 UCFDA 雷达的波束特性与距离 R 、仰角 θ 、方位角 φ 、时间 t 均有关。

2 基于非线性增长频偏的 UCFDA 雷达

当阵元间的频偏为线性增长形式时, $g(n) = n$, 即 $f_n = f_0 + n\Delta f, n = 0, 1, \dots, N - 1$ 。 基于公式(7), 固定时间 $t = 0$, 当 $a_n = 1, n = 0, 1, \dots, N - 1$, 即不加权重, 仿真参数为: 阵元数 $N = 16$; 载频 $f_0 = 3$ GHz; 圆阵半径 $d = 1.2\lambda$; $q = 30^\circ$; $\varphi = 120^\circ$ 。



(a) 固定方位角 $\varphi = 120^\circ$



(b) 固定仰角 $\theta = 30^\circ$

图 2 UCFDA 发射波束图

距离-仰角维波束图(图 2a)中, 随着距离的增加仰角维栅瓣越来越大。 距离-方位角维波束图(图 2b)中, 形成多个尖峰。 消除距离与角度耦合方案有: 阵元间距等距离, 每个阵元相对中心频率的频率偏移是非线性增长的, 这种方法容易实现, 广泛被研究; 阵元间距与发射频率成反比, 每个阵元相对中心频率的频率偏移是线性增长的, 由于阵元间距随发射频率变化, 实时性不高。 针对距离-角度耦合的问题, 基于均匀圆阵的模型, 分别引入对数、平方、正弦、对数结合三角等非线性频偏, 对比不同方

案波束图的效果。分别记为 $g_2(n)$ 、 $g_3(n)$ 、 $g_4(n)$ 、 $g_5(n)$ ，即：

$$\begin{cases} g_2(n) = \lg(n+1) \\ g_3(n) = n^2 \\ g_4(n) = |\sin(n)| \\ g_5(n) = \lg(n+1) + |\sin(n)|, n = 0, 1, \dots, N-1 \end{cases} \quad (8)$$

若要将非线性增长下的波束指向空中任意一点 $p(r_0, \theta_0, \varphi_0)$ ，则第 n 阵元的权系数

$$a_n(r_0, \theta_0, \varphi_0) = \exp(j2\pi(g(n)\Delta f \frac{r_0}{c} - f_0 \frac{d}{c} \sin\theta_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_n)))$$

将式(8)代入式(7)，得

$$AF(t, r, \theta, \varphi) = \left| \sum_{n=0}^{N-1} \exp(j2\pi(g(n)\Delta f(t - \frac{r-r_0}{c}) + \frac{df_0}{c}(\sin\theta \cos(\varphi - \varphi_n) - \sin\theta_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_n)))) \right|^2$$

3 仿真分析

假定目标位置(500 km, 30°, 120°)，时间 t 设定成 0 s，归一化 UCFDA 仿真参数为：阵元数 $N = 16$ ；载频 $f_0 = 3$ GHz；圆阵半径 $d = 1.2\lambda$ ； $r_0 = 500$ km； $q_0 = 30^\circ$ ； $\varphi_0 = 120^\circ$ 。统一仿真尺度，比较不同方案频偏的 UCFDA 的波束特性，将距离参考阵元的频偏设置为 15 kHz。不同方案每个阵元的发射频偏见图 3。不同方案相邻阵元之间的间隔频率见表 1。

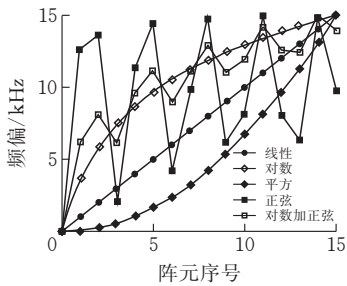


图 3 各种形式下每个阵元的频偏示意图

表 1 各种形式下每个阵元的频率增量

linear-UCFDA	$\Delta f/\text{Hz}$	1000
log-UCFDA	$\Delta f/\text{Hz}$	5410.1
square-UCFDA	$\Delta f/\text{Hz}$	66.7
sin-UCFDA	$\Delta f/\text{Hz}$	15000
log+sin-UCFDA	$\Delta f/\text{Hz}$	4055.5

图 4 展示了在以上参数设定下的 log-UCFDA、square-UCFDA、sin-UCFDA、log+sin-UCFDA 的仰角-距离维波束能量分布图。加入非线性频偏后，各种形式频偏均能在目标位置形成点状波束，有效地消除了线性 UCFDA 中的仰角距离耦合问题。但仰角维的主瓣宽度都较宽，特别是 log-UCFDA

在距离维形成跨度较大的“拖尾”波束。相比四种频偏，log+sin-UCFDA 仰角维主瓣最窄，但在距离维有“拖尾”波束。

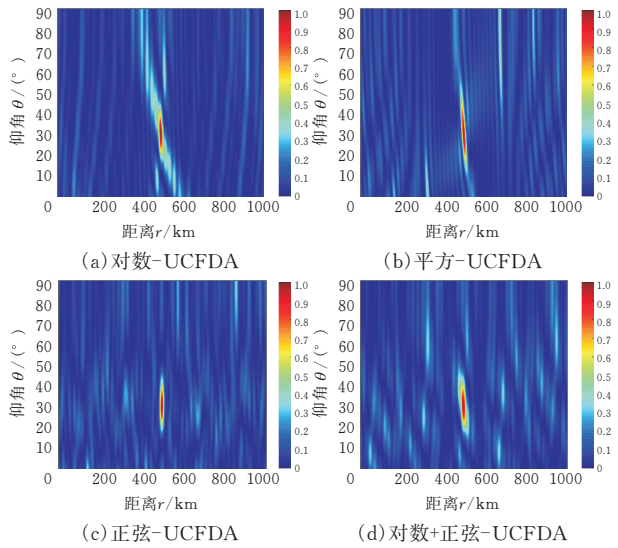


图 4 仰角-距离维波束图

图 5 展示了 log-UCFDA、square-UCFDA、sin-UCFDA、log+sin-UCFDA 的方位角-距离维波束能量分布图。在方位角维和距离维都能形成较窄的波束，square-UCFDA 点状效果最好，但是在距离维形成“拖尾”波束。

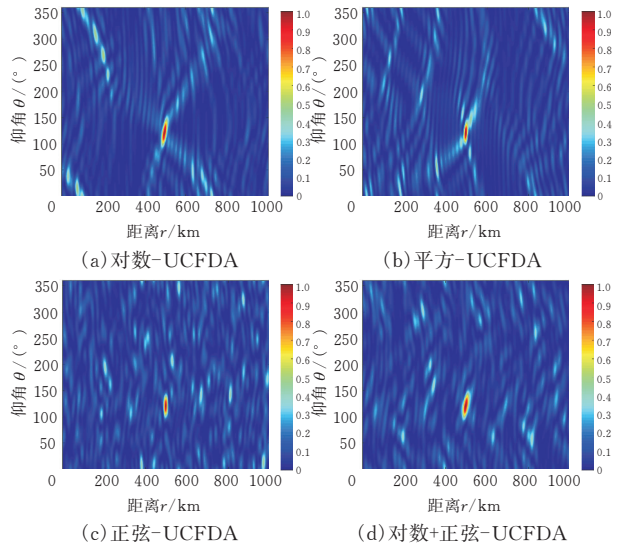


图 5 方位角-距离维波束图

图 6 展示了 log-UCFDA、square-UCFDA、sin-UCFDA、log+sin-UCFDA 仰角-距离维关于仰角的波束特性。在仰角维，sin-UCFDA 的主瓣宽度为 20.0°。旁瓣级为 0.352，也比较低。

图 7 展示了 log-UCFDA、square-UCFDA、sin-UCFDA、log+sin-UCFDA 方位角-距离维关于方位角的波束特性。在方位角维，log-UCFDA 的主瓣宽度为 45.7°，旁瓣级为 0.518；sin-UCFDA 的主瓣宽度为 34.6°，旁瓣级为 0.457。log-UCFDA 的旁瓣

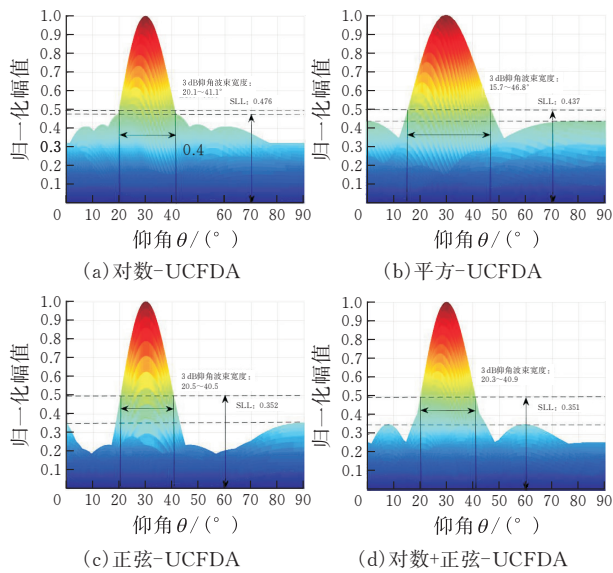


图 6 仰角-距离维仰角的波束宽度

级最高。sin-UCFDA 的主瓣宽度最窄,但旁瓣级较高,log+sin-UCFDA 可以减小 log-UCFDA 的主瓣宽度,可以降低 sin-UCFDA 的旁瓣级。

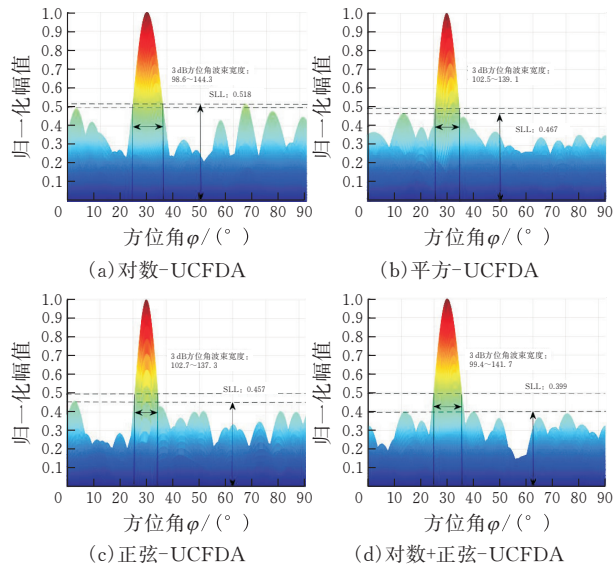


图 7 方位角-距离维方位角的波束宽度

图 8 展示了 log-UCFDA、square-UCFDA、sin-UCFDA、log+sin-UCFDA 仰角-距离关于距离的波束特性。在距离维,四种频偏 UCFDA 的主瓣宽度都很窄,可以明显的看到 log-UCFDA 主瓣两边有较多旁瓣,表现在仰角-距离维平面图上距离维的“拖尾”波束,这不利于目标位置的定位。

图 9 展示了 log-UCFDA、square-UCFDA、sin-UCFDA、log+sin-UCFDA 方位角-距离维关于距离的波束特性。在距离维,四种频偏 UCFDA 在目标位置都能形成很窄的主瓣,但同时和其它位置形成了增益较高的旁瓣,这些旁瓣是无规则的,并不依附在主瓣旁,表现在方位角-距离维平面图上方位维不规则能量聚焦点状亮点。

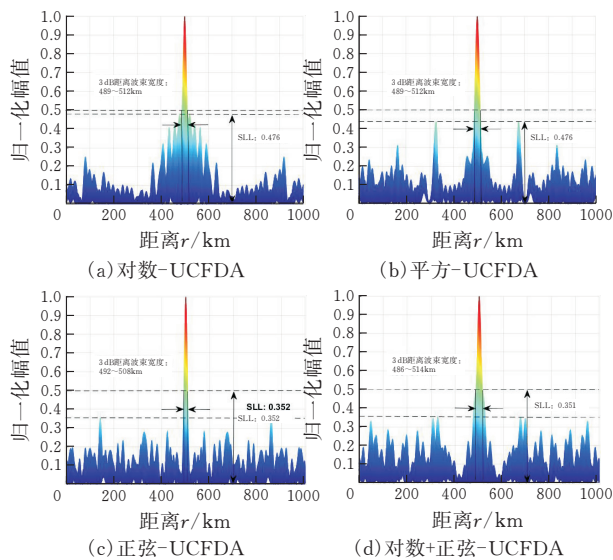


图 8 仰角-距离维距离的波束宽度

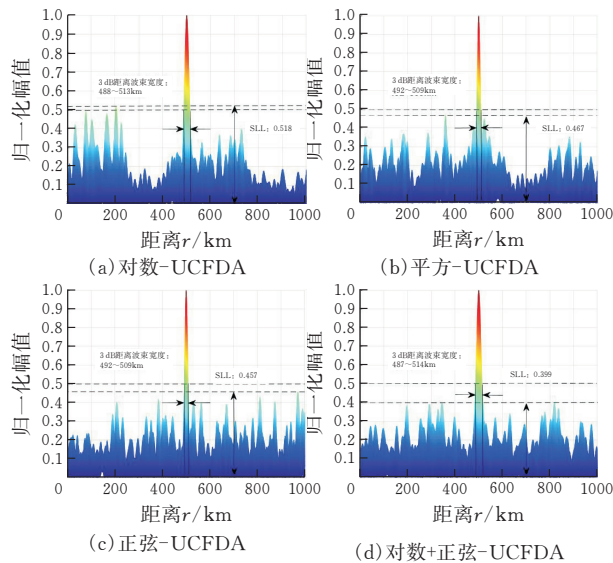


图 9 方位角-距离维距离的波束宽度

表 2 UCFDA 关于不同方案频偏的距离、仰角的波束主瓣和旁瓣宽度

频偏形式	3 dB 波束宽度		旁瓣电平 SLL
	距离/km	仰角/(°)	
Log-UCFDA	489~512	20.1~41.1	0.476
Square-UCFDA	488~512	15.7~46.8	0.437
Sin-UCFDA	492~508	20.5~40.5	0.352
Log+sin-UCFDA	486~514	20.3~40.9	0.351

表 3 UCFDA 关于关于不同方案频偏的距离、方位角的波束主瓣和旁瓣宽度

频偏形式	3 dB 波束宽度		旁瓣电平 SLL
	距离/km	仰角/(°)	
Log-UCFDA	488~513	98.6~144.3	0.518
Square-UCFDA	492~509	102.5~139.1	0.467
Sin-UCFDA	492~509	102.7~137.3	0.457
Log+sin-UCFDA	487~514	99.4~141.7	0.399

4 结 论

均匀圆阵提高了均匀线性频控阵的自由度,在分析 UCFDA 阵列结构的基础上,推导了基于线性频偏的频控阵发射信号处理模型;而后构建四种非线性频偏函数,提出了基于非线性频偏的圆型频控阵发射信号处理模型。得到结论:与线性频偏相比,提出的四种非线性频偏能解决距离和角度的耦合问题,且具有较高的主瓣分辨率。 $\log + \sin$ -UCFDA 旁瓣级最低, square -UCFDA 点状效果最好, \sin -UCFDA 的主瓣宽度最小。综合考虑距离、仰角和方位角的主瓣波束宽度、旁瓣数目、旁瓣电平、波束能量分布等多项因素,应选择满足相对应的频偏。

[参 考 文 献]

[1] 王文钦,邵怀宗,陈慧.频控阵雷达:概念、原理与应用[J].电子与信息学报,2016,38(4): 1000-1011.

[2] Mahmood M, Mir H, FDA transmit beampattern synthesis using piecewise trigonometric frequency offset[J].IET Radar, Sonar & Navigation, 2019,13(7): 1149-1153.

[3] Ma Y, Wei P, Zhang H, et al. General focusing beamformer for FDA: mathematical model and resolution analysis[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2019, 67(5):3089-3100.

[4] 王博,谢军伟,张晶,等.基于非线性频偏的频控阵波束控制研究[J].北京理工大学学报,2019,39(03):311-319

[5] Gao K D, Wang W Q, Cai J Y, et al. Decoupled frequency diverse array range-angle-dependent beampattern synthesis using non-linearly increasing frequency offsets[J]. IET Microwaves, Antennas and Propagation,2016,10(8) : 880-884

[6] Wang W Q, So H C, Shao H Z. Non-uniform frequency diverse array for range-angle imaging of targets[J]. IEEE Sensors Journal,2014, 14(8) :2469-2476

[7] Wang Y X, Huang G C, Li W. Transmit beampattern design in range and angle domains for MIMO frequency diverse array radar[J]. IEEE Antennas Wireless Propagation Letters,2017,16: 1003-1006

[8] Khan W, Qureshi I M, Saeed S. Frequency diverse array radar with logarithmically increasing frequency increment[J]. IEEE Antennas Wireless Propagation Letters,2015,14:499-502

Beam Simulation and Analysis of Nonlinear Frequency Offset Based on Uniform Circular Frequency Diverse Array

KE Fan, ZHANG Zhengwen

(School of Electrical and Electronic Engin., Hubei Univ. of Tech., Wuhan 430068, China)

Abstract: Aiming at the problem of range and angle coupling in frequency diverse array (FDA) transmitting beam, a non—linear increasing frequency offset method based on uniform circular array frequency diverse array (UCFDA) was proposed. Firstly, the array structure of UCFDA was analyzed, and the transmitting signal processing model based on linear frequency offset was deduced; then, four kinds of non—linear frequency offset were introduced to study the transmitting signal processing model based on non—linear frequency offset. Numerical simulation results show that, compared with linear frequency offset, the proposed four nonlinear frequency offsets can solve the coupling problem of range and angle, and have higher main lobe resolution.

Keywords: uniform circular frequency diverse array; range and angle coupling; non-linear frequency offset; beamforming

[责任编辑: 张岩芳]