

[文章编号] 1003-4684(2019)05-0016-05

粘弹性橡胶材料滞后性的力学性能

赵润雨, 陈 涛, 张 赛, 肖小齐, 宋小春

(湖北工业大学机械工程学院, 湖北 武汉 430068)

[摘 要] 针对粘弹性橡胶材料检测滞后性的问题,首先构建粘弹性橡胶材料的力学性能本构模型,得到该材料蠕变以及应力松弛过程中应力、应变及时间之间关系的数学表达式,再结合粘弹性橡胶材料制作的哑铃试件模型,利用 COMSOL Multiphysics 仿真软件仿真哑铃试件的蠕变以及应力松弛过程,得到哑铃试件各个状态下应力-应变分布状况以及应力应变随时间的变化关系,最后根据蠕变与应力松弛过程中的稳定状态,提出粘弹性橡胶材料拉伸过程中滞后性表征函数。

[关键词] 粘弹性橡胶材料; 滞后性; 应力-应变

[中图分类号] TB332

[文献标识码] A

橡胶制品用材料一般是由橡胶与纤维或钢丝、钢板等材料进行粘接后构成的复合体,又称为橡胶复合体。这些橡胶制品的材料具有独特的各向异性和粘弹性,同时具有准非压缩性,可大变形,是具有缓冲性、振动衰减性等力学特性的材料^[1]。由橡胶制品制成的粘弹性阻尼器具有较好的耗能能力以及便于制造安装的优点^[2],但作为一种复合材料,橡胶材料的工艺稳定性相对较差,介质物理性质各异,使得橡胶材料工业制品在生产、使用过程中由于受制造工艺、环境温度变化、材料热膨胀系数不同、老化等各种因素的影响,易产生脱粘、裂纹等损伤^[3-7]。因此,在生产与使用过程中,应对这些工业产品中橡胶材料应变、应力状况加以监测与控制,否则就会影响其安全性和可靠性,同时复合材料高的比强度和比模量、高可靠性和稳定性优势也难以在大型工业产品中得到充分发挥^[8]。

本文针对粘弹性橡胶材料应变、应力测试中的滞后性而存在测不准的难题,利用理论计算构建粘弹性橡胶材料的力学性能本构模型,为粘弹性橡胶材料力学性能的准确测量提供理论依据。

1 力学性能研究

1.1 粘弹性橡胶材料的应变滞后性

粘弹性橡胶材料的力学特性,最主要表现为突

变应力作用下材料的应变响应滞后于应力,该性质称为粘弹性材料的应力滞后性。应力滞后性的本质是由于当粘弹性橡胶材料所受外力变化时,链段受到内摩擦力的作用,其运动跟不上外力的变化,应变与应力的响应存在一个相位差^[9]。

1.1.1 粘弹性材料的应力松弛曲线表现为应力随时间增加而减小的指数型衰减函数。Maxwell 模型和 Kelvin 模型是用来描述粘弹性材料力学性能的两个本构模型,一般 Maxwell 模型表征液体, Kelvin 模型表征固体。Maxwell 模型可以直观地反映出材料的应力松弛规律,但是单独一个 Maxwell 单元模型只有一个松弛时间,不能充分描述各种材料的松弛特性,而多个 Maxwell 单元并联组成的模型可以用来模拟复杂的应力松弛特性。为了更准确地描述粘弹性材料的应力松弛,常用基本原件组合的模型或广义 Maxwell 模型^[10]。

广义 Maxwell 模型常用来描述粘弹性材料应力松弛过程。本文构建了粘弹性橡胶材料的广义 Maxwell 模型。广义 Maxwell 模型是由多个 Maxwell 模型并联而成,如果对广义 Maxwell 元件施加一个固定应变,其本构模型为:

$$\sigma(t) = \int_0^t 2G_1(t) \frac{\partial e(\tau)}{\partial \tau} d\tau$$
$$G_1(t) = G_0 \sum_{i=1}^n w_i \exp(-\frac{t}{\tau_i}) \quad (1)$$

[收稿日期] 2019-03-14

[基金项目] 国家自然科学基金(51605148); 湖北工业大学博士启动金(BSQD2016005)

[第一作者] 赵润雨(1995-), 男, 湖北武汉人, 湖北工业大学硕士研究生, 研究方向为仪器科学与技术, 无损检测

[通信作者] 陈 涛(1986-), 男, 湖北武汉人, 湖北工业大学讲师, 研究方向为仪器科学与技术, 无损检测

应力松弛过程中函数 $Y(t)$ 称为松弛模量,表示产生并维持单位应变所需要的应力。

$$Y(t) = \frac{\sigma(t)}{\epsilon_0}$$

1.1.2 粘弹性材料蠕变 粘弹性材料的蠕变曲线表现为应变随时间增加而增大,且趋近于某一值的指数型函数,Kelvin 模型是由一个弹性元件跟一个粘壶元件并联而成,作用在两个元件上的应力由两个元件共同承受,Kelvin 模型常用来说明粘弹性材料蠕变过程。本文选用 Kelvin 模型来说明粘弹橡胶性材料蠕变过程。引入 Heaviside 阶跃函数 $H(t-\tau)$,

$$\begin{cases} H(t-\tau) = 0, & \text{当 } t < \tau \text{ 时} \\ H(t-\tau) = 1, & \text{当 } t \geq \tau \text{ 时} \end{cases} \tag{2}$$

Kelvin 模型本构模型:

$$\sigma = q_0 \epsilon + q_1 \dot{\epsilon}$$

式中: q_0 为弹性模量, q_1 为粘度系数, σ 为应力, ϵ 为应变

$$\tau_d = \frac{q_1}{q_0}$$

式中, τ_d 具有时间量纲,称为延迟时间。

对式(1)积分,得

$$\epsilon(t) = \frac{1}{q_1} \int_0^t \sigma(\tau) e^{\frac{-q_0(t-\tau)}{q_1}} d\tau$$

在阶跃应力 $\sigma = \sigma_0 H(t-\tau)$ 的作用下,物体的应变随时间增长的现象称为蠕变,由式(2)得出 Kelvin 模型的蠕变响应

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{q_0} (1 - e^{\frac{-q_0(t-\tau)}{q_1}}) H(t-\tau)$$

式中: $\sigma(t)$ 为随时间变化的应力, $G_1(t)$ 为松弛函数, G_0 为初始剪切模量, n 为 maxwell 单元的个数,

$\tau_i = \frac{\eta_i}{G_i}$ 为模型中每个 Maxwell 单元的松弛时间,

w_i 为相应的加权系数。

蠕变过程中函数 $J(t)$ 成为蠕变柔量,它被定义为每单位作用力产生的应变,且

$$J(t) = \frac{\epsilon(t)}{\sigma_0}$$

2 力学仿真研究

2.1 粘弹性橡胶材料应力松弛仿真

在 Comsol Multiphysics 中建立如图 1 所示二维仿真模型。该二维模型长 0.2 m,宽 0.08 m,两端存在 2 个长为 0.01 m、宽为 0.005 m 缺口的哑铃状仿真模型。

图 1 仿真模型中的左端施加固定约束,右端施加恒定位移 0.001 m,采用四链的广义 maxwell 模型。仿真模型的剪切模量与松弛时间设置见表 1。

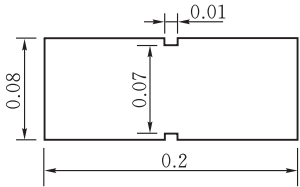
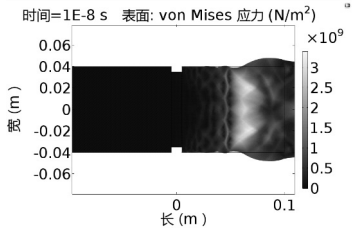


图 1 二维仿真模型

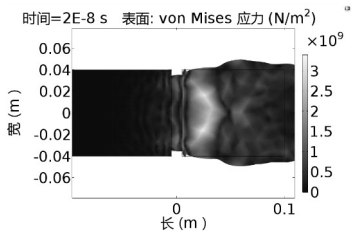
表 1 comsol 参数设置

分支	剪切模量/Pa	松弛时间/s
1	1.0984×10^9	30
2	2.1968×10^9	300
3	2.4714×10^9	3000
4	6.865×10^9	1200

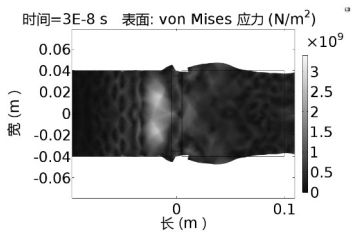
为了展示粘弹性材料在松弛过程中各个时刻的应力分布情况,可利用 COMSOL Multiphysics 仿真软件仿真出试件任意时刻的二维应力分布状况(图 2),图 2 展示了仿真试件左端施加固定约束、右端施加恒定位移后不同时刻的应力分布状况。



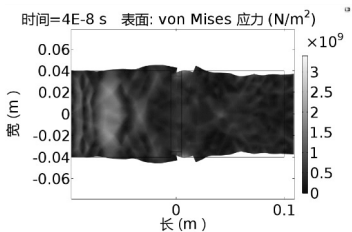
(a) $t = 10^{-8}$ s



(b) $t = 2 \times 10^{-8}$ s



(c) $t = 3 \times 10^{-8}$ s



(d) $t = 4 \times 10^{-8}$ s

图 2 恒定应变下不同刻应力分布

从图 2 中 a→b→c→d 的顺序可以看出二维应力峰值呈现从施加恒定位移端向施加固定约束端移动并且衰减的状况。图 2 反映出该粘弹性仿真模型在左端施加固定约束、右端施加恒定位移的状况下,应力传导过程存在滞后性及峰值衰减现象。

为进一步研究粘弹性材料的应力松弛过程,在仿真模型上选取一个二维截点 $K(0,0)$ (图 3)。在图 3 仿真模型中的左端同样施加固定约束,右端施加 0.001 m 的恒定位移,采用四链的广义 Maxwell 模型。仿真模型的剪切模量与松弛时间设置见表 1。

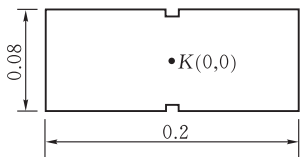


图 3 仿真模型中二维截点选取图

利用 COMSOL Multiphysics 软件可仿真出模型左端施加固定约束、右端施加恒定位移后二维截点 $K(0,0)$ 的应力随着时间的变化(图 4)。从图 4 中可以看出,在施加恒定位移的初始阶段,二维截点 K 的应力保持不变,然后迅速增大到峰值,接着震荡衰减到一个恒定值。在施加应力的初始阶段,由于粘弹性材料具有滞后性,应变需要一个短暂的时间才能传递到 K 点,之后, K 点的应力迅速增到峰值,接着开始呈现随时间增加而减小的指数型衰减,即应力松弛过程。由于该理论模型采用的是多链 Maxwell 模型,该点的应力存在一个震荡衰减的过程。

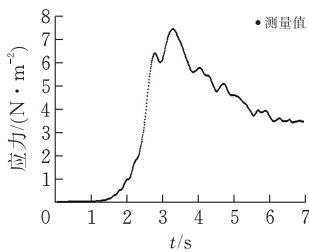


图 4 恒定应变下二维截点应力随着时间的变化图

从图 2 及图 4 中可以看出,粘弹性材料在施加恒定应变的情况下,应力存在明显的滞后性和衰减性。

2.2 粘弹性橡胶材料蠕变仿真

采用 Kelvin 模型进行蠕变仿真,在图 1 的仿真模型左端施加固定约束,右端施加 $40 \frac{N}{m^2}$ 的载荷,采用的 Kelvin 模型弹性模量 $q_0=7.84 \times 10^6$ Pa,设置延迟时间 $\tau_1=3.83 \times 10^{-5}$ s。可得仿真试件不同时刻应力分布(图 5)。

从图 5a→b→c→d 的顺序可以看出,施加恒定

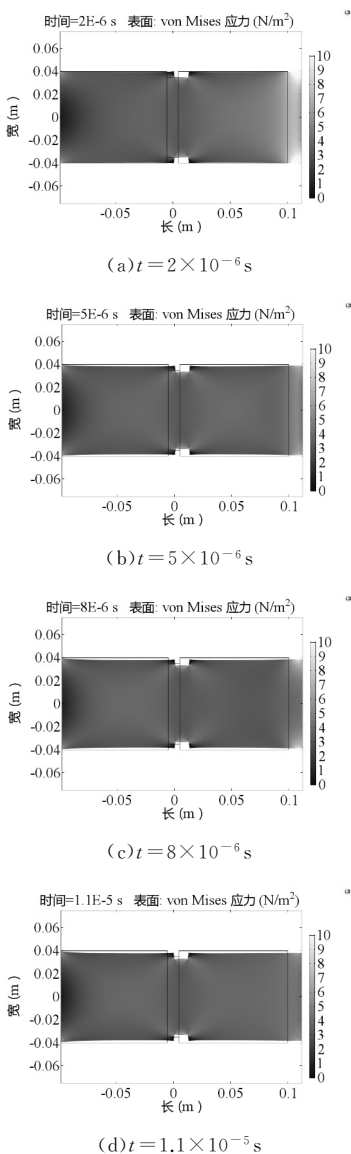


图 5 恒定载荷下不同时刻应力分布图

载荷后,仿真试件的整体应力分布颜色变浅,尤其在设置缺口位置附近,颜色变浅更为明显,表明在施加恒定载荷后仿真试件的应力同样存在滞后性。为进一步研究粘弹性材料的蠕变过程,同样选取二维截点 K 来研究其在上述过程中应变随着时间的变化关系。二维截点 K 蠕变过程的应变随着时间的变化关系如图 6 所示。

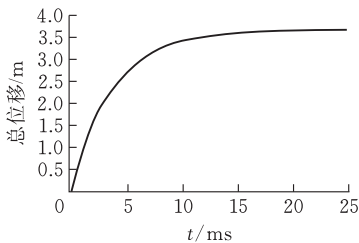


图 6 恒定载荷下二维截点应变随着时间的变化图

从图 6 中可以看出,在恒定载荷的作用下,试件在 K 点附近的应变先迅速变大,再逼近一个固定值。导致该现象的原因是在施加载荷初期,仿真试

件应变速率过快。由于受到内摩擦力的作用,粘弹性材料链段的运动跟不上外力的变化,应变与应力的响应存在一个时间差,无法即时响应应变的变化,导致粘弹性材料表现出滞后性。当施加载荷一段时间后,粘弹性材料应变速率降低,内摩擦力对链段的作用减小,应变能够实时响应应力的变化,蠕变柔量开始趋于稳定,即单位作用力产生的应变稳定于某一值。

3 粘弹性橡胶滞后值的定义以及求解

3.1 相对稳定状态

粘度可以很好地描述两种不同粘弹性材料的滞后性差异,但是无法比较同种粘弹性材料不同应力作用下达到稳定状态的滞后性。为比较不同应力作用下逐渐达到稳定状态时的滞后值,需用一个量衡量各自应变滞后性的大小,为此需提前设定粘弹性橡胶材料拉伸过程中相对稳定状态。

蠕变过程中,当蠕变柔量 $J(t)$ 开始稳定于某一值时,一般认为该蠕变过程到达相对稳定状态;同样,对于应力松弛过程,当松弛模量 $Y(t)$ 开始稳定于某一值时,便认为该应力松弛过程到达相对稳定状态。蠕变过程与应力松弛过程中蠕变柔量与松弛模量稳定于某一值,本质上来说就是应力应变成正比。故定义:在应力或应变作用下,应力应变之比在 $\frac{999}{1000}q_0$ 到 $\frac{1001}{1000}q_0$ 之间时,拉伸过程进入应力应变值成正比阶段,此时可忽略粘弹性材料的滞后性,粘弹性材料可近似等效为弹性材料。同时,将拉伸过程中应力应变值成正比阶段定义为相对稳定状态。

3.2 滞后值

所谓滞后性,是同等条件下粘弹性体相对于弹性体的一个响应差异。粘弹性体达到相对稳定状态时,应力-应变值成正比,可忽略此时的滞后性。因此,在某一同等条件下粘弹性体与弹性体达到稳定状态的过程中的差异,可用来表征粘弹性材料滞后值。以某一应力 $\sigma_1 = f_1(t)$ 拉伸粘弹性体达到稳定状态并一直保持稳定状态,其应变滞后值,可由该应力函数与同应变条件下弹性体应力函数 $\sigma_2 = f_2(t)$ 的差值的绝对值,在 0 时刻到 t_1 时刻上的积分来表示,即

$$\eta = \int_0^{t_1} |f_1(t) - f_2(t)|$$

3.3 滞后值计算

标准线性固体又称为三参量固体,是由一个 Kelvin 模型和一个弹簧串联(图 7)。标准线性固体既可以很好地描述粘弹性材料的蠕变特性,也可以

表示粘弹性材料的应力松弛特性。本文以标准线性固体的匀速拉伸过程为例,说明滞后值的求解过程。

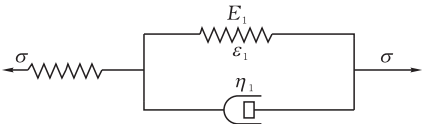


图 7 标准线性固体

若 ϵ_1 表示 Kelvin 模型的应变, ϵ_2 表示与 Kelvin 模型串联的弹簧的应变,三参量固体模型的应力-应变满足以下关系:

$$\begin{aligned}\epsilon &= \epsilon_1 + \epsilon_2 \\ \sigma &= E_1 \epsilon_1 + \eta_1 \dot{\epsilon}_1 \\ \sigma &= E_2 \epsilon_2\end{aligned}$$

式中: E_1, η_1 分别为 Kelvin 模型中弹簧的弹性模量和粘壶的黏性系数; E_2 为与 Kelvin 模型串联的弹簧的弹性模量。对上式做拉普拉斯变换,则有

$$\begin{aligned}\bar{\epsilon} &= \bar{\epsilon}_1 + \bar{\epsilon}_2 \\ \bar{\sigma} &= (E_1 + \eta_1 s) \bar{\epsilon}_1 \\ \bar{\sigma} &= E_2 \bar{\epsilon}_2\end{aligned}$$

然后做拉普拉斯逆变换便可得到粘弹性材料的本构方程式,将其写成标准形式:

$$\sigma + p_1 \dot{\sigma} = q_0 \epsilon + q_1 \dot{\epsilon}$$

其中: $p_1 = \frac{\eta_1}{E_1 + E_2}, q_0 = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}, q_1 = \frac{\eta_1 E_2}{E_1 + E_2}$

当长度为 L 的标准线性固体以速度 v 拉伸时,则有

$$\sigma + p_1 \dot{\sigma} = \frac{q_0 vt}{p_1 L} + \frac{q_1 v}{p_1 L}$$

该一阶非齐次方程的解为

$$\sigma = Ce^{-\frac{t}{p_1}} + \frac{q_0 vt + q_1 v - p_1 q_0 v}{L}$$

则拉伸速率 v 与达到稳定状态的时间 t 的关系为

$$\frac{vtq_0}{1000} - q_1 v + p_1 q_0 v = CL e^{-\frac{t}{p_1}}$$

以速率 v 拉伸试件时,滞后性

$$\eta = -Cp_1 e^{-\frac{t}{p_1}} + \frac{q_1 vt - p_1 q_0 vt}{L} + Cp_1$$

由于上式中存在超越方程,难以直接求解出滞后性 η 随拉伸速率 v 的变化关系。但由于达到稳定状态的时间 t 与试件拉伸速率 v 存在一一对应的关系,故可以先得出滞后性 η 随稳定状态时间 t 的变化关系,再转化成滞后性 η 随拉伸速率 v 的变化关系,则有

$$\eta = \frac{Ce^{-\frac{t}{p_1}}(-\frac{p_1 q_0 t}{1000} + p_1 q_1 - p_1^2 q_0 + q_1 t - p_1 q_0 t)}{\frac{q_0 t}{1000} - q_1 + p_1 q_0}$$

可得到一个滞后值的数学表达式,可依据该数学表达式来选用对应实际工程应用中更准确、适用的拉伸方法。

4 结 论

本文通过仿真计算,发现粘弹性橡胶材料由于蠕变和应力松弛,在测试测量过程中存在较明显的滞后性,难以测得较准确的应力、应变结果。针对该问题,定义了粘弹性橡胶材料的相对稳定状态,在相对稳定状态下,计算出粘弹性橡胶材料的滞后性函数,在实际工程测试中可用来确定测试对象的滞后值。

[参 考 文 献]

[1] 陈海龙. 橡胶微波硫化的传热特性研究[D].青岛:青岛科技大学,2017.

[2] 徐超. 粘弹性阻尼器微振减振机理及试验研究[D].南京:东南大学,2018.

[3] Chen T, Li Z, Song X, et al. Crack detection and mo-

nitoring in viscoelastic solids using polymer optical fiber sensors [J]. Review of Scientific Instruments, 2016, 87(3):035005.

[4] 郭兴旺,李苒笙,丁蒙蒙.固体火箭包覆层脱粘调制红外热波检测法的数值模拟[J].机械工程学报,2011,47(2):9-15.

[5] 艾春安,蔡堃,吴安法.声-超声技术在固体火箭发动机无损检测中的应用[C]// 中国宇航学会固体火箭推进年会,2007.

[6] 蒙上阳,唐国金,雷勇军.固体火箭发动机包覆层与推进剂界面脱粘裂纹稳定性分析[J]. 固体火箭技术, 2004,27(1):46-49.

[7] Tao C, Tu J, Song X, et al. Sensor for measuring extremely large strain based on bending Polymer optical fiber[J]. Instruments & Experimental Techniques, 2017, 60(2):301-306.

[8] 卢嘉德.固体火箭发动机复合材料技术的进展及其应用前景[J].固体火箭技术,2001,24(1):46-52.

[9] 何曼君,陈维孝,董西侠. 高分子物理[M]. 上海:复旦大学出版社,1990.

[10] 卫延斌,史仪凯,刘澎.粘弹性材料剪切模量松弛函数的拟合研究[J].兵工学报.2010(10):1409-1412.

Theoretical Study on Mechanical Properties of Hysteresis of Viscoelastic Rubber Materials

ZHAO Runyu,CHEN Tao, ZHANG Sai,XIAO Xiaoqi, SONG Xiaochun
(School of Mechanical Engineering, Hubei Univ. of Tech., Wuhan 430068,China)

Abstract: In light of the delay in detecting the viscoelastic rubber materials, the mechanical properties constitutive model of viscoelastic rubber material is first constructed by theoretical calculation, and the mathematical expression of the relationship between stress, strain and time in the creep and stress relaxation process of the material is obtained. The dumbbell test made by combining viscoelastic rubber material is used to simulate the creep and stress relaxation process of dumbbell specimens by COMSOL Multiphysics simulation software. The stress and strain distribution of the dumbbell specimens under various conditions and the relationship between stress and strain with time are achieved. Finally, the concept of relative stability state and the hysteresis characterization function of the viscoelastic rubber material during stretching are proposed according to the steady state in the creep and stress relaxation process. It is expected to provide a theoretical basis for the accurate measurement of the mechanical properties of viscoelastic rubber materials.

Keywords: viscoelastic rubber material; hysteresis; stress-strain

[责任编辑: 张 众]