

[文章编号] 1003—4684(2019)05-0006-05

非牛顿润滑静压轴承的节流器流量方程修正

熊 韧¹, 曹海印², 王焱清¹, 吴若麟²

(1 湖北工业大学湖北省农业机械工程研究设计院, 湖北 武汉 430068;

2 华中科技大学机械科学与工程学院, 湖北 武汉 430074)

[摘 要] 针对润滑剂流经节流器过程的非牛顿行为,基于非牛顿流体润滑静压轴承的固定节流器理论研究,引入非牛顿流量系数 λ_i ($i = 1, 2, 3, 4$)来描述非牛顿流体的影响。对小孔、毛细管和缝隙节流的非牛顿润滑模型进行研究,通过对比 Rabinowitsch(立方定律)和耦合应力流体模型得到结论,即:润滑剂流经节流器的非牛顿行为对节流后的流量有很大的影响。该结果有助于研究者更加全面理解润滑剂的非牛顿行为对静压和动静压混合轴承性能的影响。

[关键词] 静压轴承; 非牛顿润滑剂; 固定节流器; 流量方程修正

[中图分类号] TH117. 2 [文献标识码] A

静压和动静压混合轴承具有高刚度、长寿命、低摩擦和高精度的优点,然而其性能受节流器特性的影响很大^[1-2]。节流器分为固定流量和可变流量两种类型,前者(如小孔,毛细管和缝隙节流器)的节流效果不能改变,而后者(如膜式和阀芯式节流器)节流效果可以通过压差流量来自动调整。固定节流器结构简单,易于制造、安装和密封,因而更加常用。有研究者对比研究了由不同类型节流器补偿的静压/动静压轴承的性能,结果表明,正确选择节流器类型可以提高轴承性能^[3-6]。通常,轴承使用的润滑剂本质上是矿物油,并且通过添加各种添加剂来增强其润滑性能。大多数现代汽车润滑油是多级油,含有质量分数高达 20% 的聚合物添加剂,使其具有一定程度的粘弹性和剪切稀化。聚合物添加的润滑油,其流变行为不再是牛顿的,而是非牛顿的。为了准确预测轴承的支承性能,在建模分析中考虑非牛顿行为是必要的。为了研究润滑剂的非牛顿行为,研究者提出了各种非牛顿流体本构模型,如幂律流体本构模型^[7-9]、耦合应力流体本构模型^[10-11]、微极流体本构模型^[12-13]和立方律流体本构模型^[14-17]。Satish C^[8]等采用 Galerkin 法求解非牛顿润滑修正后的雷诺方程,研究了幂律润滑剂的动压推力瓦轴承; Stokes^[10]求解了不同边界条件下的力和耦合应

力的线性化本构方程,表明耦合应力在一定条件下影响显著; Lin^[11]理论研究了耦合应力、流体惯性和油腔内流体的压缩性对圆形阶梯腔静压止推轴承稳态特性以及动态刚度阻尼特性的影响; Pankaj^[13]等采用微极流体润滑剂,研究了由温升引起的粘性降低对孔入式动静压径向轴承支承性能的影响规律; Wada 和 Hayashi^[15]通过实验研究了由假塑性流体润滑的动压径向轴承的特性,认为相比于牛顿流体润滑,轴承的油膜压力和承载能力均大幅减小。

所有文献未见研究者考虑到润滑剂流经节流器过程的非牛顿行为的报道。因此,本文从理论上研究了润滑剂通过节流器的非牛顿行为,并在非牛顿流体连续介质力学的基础上提出了修正的节流器流量方程。

1 固定流量节流器

固定流量节流器一般分为小孔、毛细管和缝隙节流器。本文使用的非牛顿润滑剂是 Rabinowitsch 流体和耦合应力流体。

1.1 小孔节流器的流动方程

当润滑剂通过小孔节流器时,由于长径比非常小,粘性剪切应力的能量损失可以忽略不计,因此牛顿和非牛顿润滑剂都可以直接作为理想流体处理,

最后得到相同的流量方程。

1.2 毛细管节流器的流动方程

假设毛细管的长度大于层流起始长度,也就是说,毛细管中润滑剂的流动是层流,流动在毛细管中是轴对称的。从毛细管取出圆柱形流体微元,其轴线与毛细管的轴线重合。毛细管节流器轴向受力分析如图 1 所示。

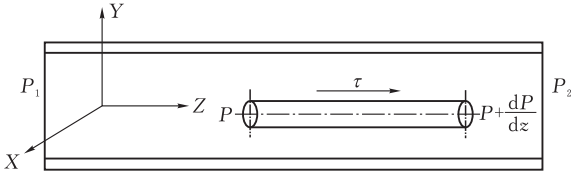


图 1 通过毛细管节流器的粘性流动

1.2.1 毛细管节流器的 Rabinowitsch 流体模型

在 Rabinowitsch 流体模型中,剪切速率和剪切应力之间的关系式

$$\tau + k\tau^3 = \mu \frac{\partial v}{\partial y} \tag{1}$$

式中: μ 是初始粘度, τ 为剪切应力, k 是立方剪切定律的非线性因子。随着 k 的变化。该模型可用于三种流体: $k < 0$ 的膨胀流体, $k = 0$ 的牛顿流体, 以及 $k > 0$ 的假塑性流体。

流体微元的受力平衡方程:

$$\pi r^2 dz p \frac{\partial v}{\partial z} = P \pi r^2 - (P + \frac{\partial P}{\partial z} dz) \pi r^2 + \tau \cdot 2 \pi r dz \tag{2}$$

对于层流:

$$\frac{\partial v}{\partial z} = 0 \tag{3}$$

然后

$$\frac{r}{2} \frac{\partial P}{\partial z} = \tau \tag{4}$$

将式(4)代入式(1),得到

$$\mu \frac{\partial v}{\partial r} = \frac{r}{2} \frac{\partial P}{\partial z} + k \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^3 \frac{r^3}{8} \tag{5}$$

采用无滑移边界条件 $v|_{r=r_c} = 0$ 对方程(5)进行积分,得到速度

$$v = \frac{1}{\mu} \left[\frac{r^2 - r_c^2}{4} \frac{\partial P}{\partial z} + k \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^3 \frac{r^4 - r_c^4}{32} \right] \tag{6}$$

通过将速度 v 从 $r = 0$ 到 $r = r_c$ 积分,得到流量

$$Q = \int_0^{r_c} 2 \pi r v dr = - \frac{\pi r_c^4}{8 \mu} \frac{\partial P}{\partial z} \left[1 + k \frac{r_c^2}{4} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^2 \right] \tag{7}$$

由方程(3)知道,

$$\frac{\partial P}{\partial z} = - \frac{P_1 - P_2}{L_c} = - \frac{\Delta P}{L_c} \tag{8}$$

将式(8)代入式(7),得到修正的毛细管节流器流量

$$Q = \frac{\pi d_c^4}{128 \mu} \frac{\Delta P}{L_c} \left[1 + k \frac{\Delta P^2}{24} \left(\frac{d_c}{L_c} \right)^2 \right] \tag{9}$$

$k = 0$ 时,参考文献[18]给出的流量

$$Q_0 = \frac{\pi d_c^4}{128 \mu_0} \frac{\Delta P}{L_c} \tag{10}$$

方程(9)的无量纲表达式是

$$\bar{Q} = C_{S1} \lambda_1 (1 - \beta) \tag{11}$$

所以

$$C_{S1} = \frac{3 \pi}{16} \left(\frac{d_c}{c} \right)^3 \frac{d_c}{L_c} \lambda_1 = \frac{\mu_0}{\mu} \left[1 + k \frac{\Delta P^2}{24} \left(\frac{d_c}{L_c} \right)^2 \right]$$

式中: C_{S1} 是与牛顿润滑情况相同的节流器设计参数; λ_1 是非牛顿流量系数,其受非牛顿因子 k 、相应的初始粘度 μ 、节流器结构参数和进出口压差 Δp 的影响。

1.2.2 毛细管节流器的耦合应力流体模型

在耦合应力对静压轴承性能的影响的研究中,只有 Lin^[21]考虑到了润滑剂通过节流器的非牛顿行为。耦合应力流体润滑的毛细管节流轴承的无量纲流量^[10,21]

$$\bar{Q} = C_{S1} \lambda_2 (1 - \beta) \tag{12}$$

其中, λ_2 的无量纲形式

$$\lambda_2 = 1 - \frac{4}{\alpha^2} \left(1 - \frac{l_1^2}{l^2} \right) \frac{\alpha I(\alpha) - 2 I_0'(\alpha)}{\alpha I_0(\alpha) - (1 + l_1^2/l^2) I_0'(\alpha)}$$
$$l = \left(\frac{\eta}{\mu} \right)^{1/2}, l_1 = \left(\frac{\eta}{\mu} \right)^{1/2}, \alpha = r_c/l$$

$I(\alpha)$ 和 $I_0(\alpha)$ 是贝塞尔函数。

1.3 缝隙节流器的流动方程

为了分析缝隙节流器的流量,研究了图 2 平行板之间的粘性流动。流动是由两端之间的压力差引起的,并且受到液体中剪切应力的影响。假设流动是层流的,即 $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$ 。

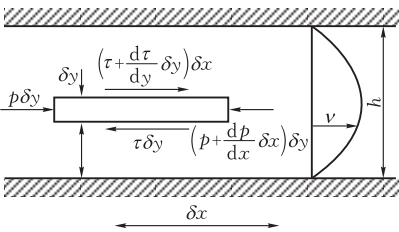


图 2 平行板之间的粘性流动

1.3.1 缝隙节流器的 Rabinowitsch 流体模型

流体微元的力平衡方程为:

$$P dy - \tau dx = (P + dP) V dy - (\tau + d\tau) dx \tag{13}$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial \tau}{\partial y} \tag{14}$$

设 $f = \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial \tau}{\partial y}$, 得到 $\tau = fy + C_1$ 。

对于 Rabinowitsch 流体模型,结合方程(1),得

$$\mu \frac{\partial v}{\partial y} = fy + C_1 + k (fy + C_1)^3 \tag{15}$$

采用无滑移边界条件 $v|_{y=0,h}=0$ 将方程(15)进行积分,得到速度

$$v = \frac{1}{\mu} \left[\frac{1}{2} f y (y - h) + k f^3 \left(\frac{y^4}{4} - \frac{h}{2} y^3 + \frac{3}{8} h^2 y^2 - \frac{1}{8} h^3 y \right) \right] \tag{16}$$

类似于方程(8),得

$$f = \frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{\Delta P}{L}$$

然后将速度 v 相对于 y 从 0 到 h 进行积分,得到流量

$$Q = b \int_0^h v dy = \frac{bh^3}{12\mu L} \Delta P \left[1 + k \frac{3h^2}{20} \left(\frac{\Delta P}{L} \right)^2 \right] \tag{17}$$

用于径向轴承的缝隙节流器典型结构如图 3 所示。将长度 Y_s 、宽度 a_s 和厚度 Z_s 代入方程(17)得到缝隙节流器的流量

$$Q = \frac{a_s Z_s^3}{12\mu Y_s} (P_s - P_r) \left[1 + k \frac{3(P_s - P_r)^2}{20} \left(\frac{Z_s}{Y_s} \right)^2 \right] \tag{18}$$

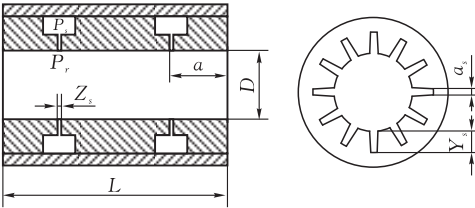


图 3 缝隙节流动静压轴承结构(双排)

当 $k = 0$ 时,参考文献[19]给出的流量

$$Q_0 = \frac{a_s Z_s^3}{12\mu_0 Y_s} (P_s - P_r) \tag{19}$$

方程(18)的无量纲表达式是:

$$\bar{Q} = C_{SR} \lambda_3 (1 - \beta) \tag{20}$$

所以

$$C_{SR} = 2 \frac{a_s}{Y_s} \left(\frac{Z_s}{c} \right)^3$$

$$\lambda_3 = \frac{\mu_0}{\mu} \left[1 + k \frac{3(P_s - P_r)^2}{20} \left(\frac{Z_s}{Y_s} \right)^2 \right]$$

C_{SR} 是与牛顿润滑情况相同的节流器设计参数, λ_3 受非牛顿因子 k 、相应的初始粘度 μ 、节流器几何参数以及进出口压力差 $p_s - p_r$ 的影响。

1.3.2 缝隙节流器的耦合应力流体模型 润滑剂通过缝隙节流器的动量方程^[10]

$$-\frac{1}{\eta} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{d^4 v}{dy^4} - \frac{1}{l^2} \frac{d^2 v}{dy^2}, P = P(x), \tag{21}$$

如图 2 所示,层流发生在距离为 h 的两个固定平行板之间。结合边界条件:

$$v|_{y=0,h} = 0, \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \Big|_{y=0,h} = 0$$

推导出速度

$$v = \frac{h^2}{8v} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) \left[\left(1 - \frac{4y^2}{h^2} \right) - \frac{8l^2}{h^2} \left(1 - \frac{\cosh y/l}{\cosh h/2l} \right) \right] \tag{22}$$

将速度 v 相对于 y 从 0 到 h 积分,得到流量

$$Q = b \int_0^h v dy = \frac{bh^3}{12\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) \left[1 - \frac{12l^2}{h^2} \left(1 - \frac{\tanh hh/2l}{h/2l} \right) \right] \tag{23}$$

对于缝隙式动静压轴承的特殊应用,修正后的节流器流动方程:

$$Q = \frac{a_s Z_s^3}{12\mu Y_s} (P_s - P_r) \left[1 - \frac{3}{\alpha^2} \left(1 - \frac{\tanh \alpha h}{\alpha} \right) \right] \tag{24}$$

其中 $\alpha = \frac{Z_s}{2l}$

当 $\alpha \rightarrow \infty$,流量方程退化为牛顿润滑流量方程(19)。

方程(24)的无量纲形式是

$$\bar{Q} = C_{SR} \lambda_4 (1 - \beta) \tag{25}$$

其中 $\lambda_4 = 1 - \frac{3}{\alpha^2} \left(1 - \frac{\tanh \alpha h}{\alpha} \right)$ 。

值得注意的是, λ_4 仅受非牛顿因子 α 的影响。

2 结果和讨论

基于上述讨论,理论计算的轴承结构和运行参数^[20]如表 1 所示。为了证明实际适用性,本文采用 Wada 和 Hayashi^[15]对假塑性流体实验结果的非牛顿因子(表 2)。在 $k = 0$ 的设计条件下可得知,毛细管节流器和缝隙节流器的无量纲流量等于 1。

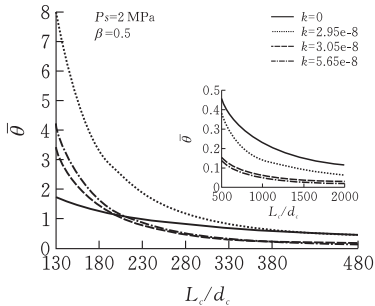
表 1 静压/动静压轴承的结构和运行参数

轴颈直径 D/mm	100
轴承长度 L/mm	100
半径间隙 c/mm	0.05
工作带宽度 a_b/mm	25
供应压力 P_s/MPa	2
润滑剂动态粘度(牛顿流体) $\mu/\text{Pa} \cdot \text{s}$	0.0140
每行节流器数量 n	12
每个轴承中的缝隙/孔的行数	2
压力比 β	0.4~0.7
节流器类型	缝隙,毛细管
直径 d_c/mm	0.46
毛细管节流器 长度 L_c/mm	100.7
L_c/d_c	130~2000
轴向宽度 Z_s/mm	0.05
径向长度 Y_s/mm	6.5
缝隙节流器 宽度比 (SWR)	0.25
缝隙的范围 a_s/mm	6.5
Y_s/Z_s	130~2000

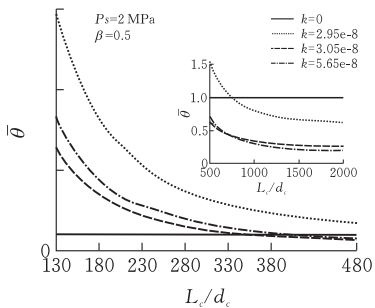
表 2 润滑剂参数

添加剂/%	$T/^\circ\text{C}$	$\mu/(\text{Pa} \cdot \text{s})$	$\kappa/(\text{cm}^4 \cdot \text{dyn}^{-2})$
0	25	0.0140	0×10^{-7}
0.3	22	0.0250	0.565
1.0	22	0.0610	0.305
2.0	25	0.0865	0.295

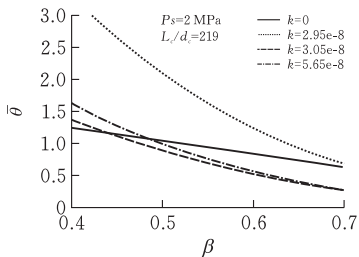
Rabinowitsch 流体的结果如图 4 所示。在恒定压力差条件下,节流器的结构参数和非牛顿因子对通过节流器的流量有显著影响。如图 4、5 所示,节流器流量随着节流器参数 Y_s/Z_s 或 L_c/d_c 的增加而减小。在节流器参数 Y_s/Z_s 或 L_c/d_c 足够大 ($Y_s/Z_s \geq 320, L_c/d_c \geq 180$) 的条件下,非牛顿润滑的节流器流量接近牛顿润滑剂的节流器流量甚至更低。对于恒定配置的供油系统,即使加入各种比例添加剂,节流不会变化太大。从这一点来看,有必要适当增加节流器的结构参数。



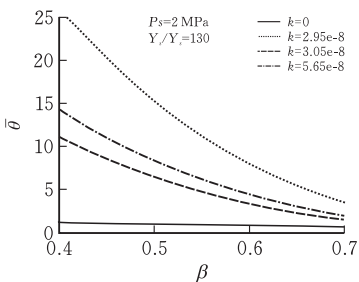
(a) 流体模型的无量纲流量随毛细管节流器的 L_c/d_c 变化趋势



(b) 流体模型的无量纲流量随缝隙节流器的 Y_s/Z_s 变化趋势



(c) 毛细节流器流体模型的无量纲流量与 β 的关系



(d) 缝隙节流器流体模型的无量纲流量与 β 的关系

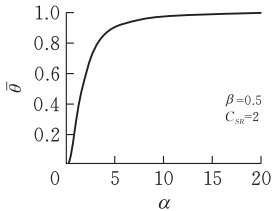
图 4 Rabinowitsch 流体的结果

加入 0.3% 添加剂的润滑油,其通过节流器的无量纲流量明显大于加入 1.0% 和 2.0% 添加剂的润滑

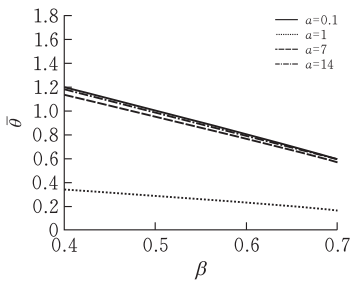
油。但含 1% 添加剂的润滑油通过节流器的无量纲流量低于 2.0% 添加剂,只有 $L_c/d_c > 363$ 的毛细管节流器除外(图 4)。这是因为粘度随着添加剂的量显著增加,当结构参数足够大时,非牛顿因子 k 的影响减弱,粘度比 μ_o/μ 成为关键影响因素。因此,Rabinowitsch 本构的润滑剂通过节流器的流量是非牛顿因子和初始粘度共同作用的结果。

毛细管和缝隙节流器的无量纲流量与 β 的关系曲线如图 5 所示,可见随着压力比 β 的增加,无量纲流量下降,变化趋势呈非线性,与牛顿流体明显不同。这种现象可以通过非牛顿流量系数 λ 的表达来解释,其表达式含有压力项。

由于 Lin^[22] 研究了润滑剂通过毛细管节流器的非牛顿行为,因此,本文只分析耦合应力润滑的缝隙节流器流量方程。缝隙节流器的无量纲流量与 α 的关系如图 5 所示。耦合应力参数 α 是确定无量纲流量的唯一因素,这显然不同于 Rabinowitsch 流体模型。对于 $\alpha > 0$,耦合应力润滑剂的流量随 α 增加,但总是小于牛顿润滑剂。对于较小的 α 值(即添加剂的特征长度 l 足够大),耦合应力的影响非常明显,不能忽略非牛顿效应对缝隙节流器的流量的影响。如图 5b 所示,对于缝隙节流器,无量纲流量相对于 β 呈线性变化,并随着压力比 β 的增加而减小。



(a) 缝隙节流器



(b) 缝隙节流器

图 5 耦合应力流体模型无量纲流量随 α 的变化趋势

3 结论

1) 对于 Rabinowitsch 流体模型,小孔、毛细管和缝隙节流流量受非牛顿因子 k 、粘度比 μ_o/μ 、节流器结构参数 Y_s/Z_s 或 L_c/d_c 以及 $P_s - P_r$ 之间压力差值的影响;对于耦合应力流体模型,非牛顿流量仅受非牛顿因子 α 的影响。

2)对于 Rabinowitsch 润滑剂,节流器流量随着节流器参数 Y_s/Z_s 或 L_c/d_c 的增加而减小。当节流器参数足够大时,非牛顿因子 k 的影响减弱,粘度比 μ_0/μ 成为关键影响因素。

3)对于 Rabinowitsch 润滑剂,节流量受非牛顿因子 k 和初始粘度的影响,耦合应力润滑剂的流速仅随非牛顿因子 α 增加,并且总是小于牛顿润滑的流量。

4)Rabinowitsch 流体的无量纲流量随压力比 β 的增加而下降,它们之间的关系是非线性的。对于耦合应力润滑剂,缝隙节流的无量纲流量相对于 β 呈线性变化,并随着压力比 β 的增加而减小。

[参 考 文 献]

- [1] Malanoski S B, Loeb AM. The effect of method of compensation on hydrostatic bearing stiffness[J]. Trans. ASME, J. Basic Eng., 1961, 83: 179 - 87.
- [2] Ling T S. On the optimization of the stiffness of externally pressurized bearings[J]. Trans. ASME, J. Basic Eng., 1962; 84: 119 - 22.
- [3] Mayer J E, Shaw M C. Characteristics of an externally pressurized bearing having variable external flow restrictors[J]. Trans. ASME, J. Basic Eng, 1963, 85(2): 291-296.
- [4] Sinhasan R, Jain S C, Sharma S C. A comparative study of flexible thrust pad hydrostatic bearings with different restrictors[J]. Wear, 1988, 121(1): 53-70.
- [5] Jain S C, Sinhasan R, Sharma S C. Analytical study of a flexible hybrid journal bearing system using different flow control devices[J]. Tribol Int, 1992, 25(6): 387-395.
- [6] Sharma S C, Jain S C, Mohan Reddy N M. A study of non-recessed hybrid flexible journal bearing with different restrictors[J]. Tribol T, 2001, 44(2): 310-317.
- [7] Shukla J B. Load capacity and time relation for squeeze films in conical bearings[J]. Wear, 1964, 7(4): 368-371.
- [8] Singh C, Nailwal T S, Sinha P. Elastohydrostatic lubrication of circular plate thrust bearing with power law lubricants[J]. J Lubr Technol, 1982, 104: 243-247.
- [9] Sharma S C, Yadav S K. Performance analysis of a fully textured hybrid circular thrust pad bearing system operating with non-Newtonian lubricant[J]. Tribol Int, 2014, 77: 50-64.
- [10] Stokes V K. Couple stresses in fluid[J]. Phys Fluids, 1966, 9(9): 1709-1715.
- [11] Lin J R. Static and dynamic characteristics of externally pressurized circular step thrust bearings lubricated with couple stress fluids[J]. Tribol Int, 1999, 32(4): 207-216.
- [12] Eringen A C. Theory of micropolar fluids[J]. J Math Mech, 1966: 1-18.
- [13] Khatak P, Garg H C. Performance analysis of capillary compensated hybrid journal bearing by considering combined influence of thermal effects and micropolar lubricant[J]. J Tribol, 2017, 139(1): 011707.
- [14] Wada S, HAYASHI H. Hydrodynamic lubrication of journal bearings by pseudo-plastic lubricants: part 1, theoretical studies[J]. Bulletin of JSME, 1971, 14(69): 268-278.
- [15] Wada S, Hayashi H. Hydrodynamic lubrication of journal bearings by pseudo-plastic lubricants: part 2, experimental studies[J]. Bulletin of JSME, 1971, 14(69): 279-286.
- [16] Montmitonnet P, Delamare F. A model of thick film lubrication by soaps in wire drawing using a pseudo-plastic rheological law[J]. Tribol Int, 1982, 15(3): 133-137.
- [17] Huang Y, Tian Z. A new derivation to study the steady performance of hydrostatic thrust bearing; Rabinowitch fluid model[J]. J Non-Newtonian Fluid Mech, 2017(246): 31-35.
- [18] Duvedi R K, Garg H C, Jadon V K. Analysis of hybrid journal bearing for non-Newtonian lubricants[J]. Lubrication Science, 2006, 18(3): 187-207.
- [19] Sharma S C, Yadav S K. Performance of hydrostatic circular thrust pad bearing operating with Rabinowitsch fluid model[J]. Proc Inst Mech Eng Part J J Eng Tribol, 2013, 227(11): 1272-1284.
- [20] Rowe W B. Hydrostatic and hybrid bearing design[M]. Amsterdam: Elsevier, 2013.
- [21] Lin J R. Static and dynamic characteristics of externally pressurized circular step thrust bearings lubricated with couple stress fluids[J]. Tribol Int, 1999, 32(4): 207-216.
- [22] Khatri C B, Sharma S C. Influence of couple stress lubricant on the performance of textured two-lobe slot-entry hybrid journal bearing system[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 2017, 231(3): 366-384.