

[文章编号] 1003-4684(2019)01-0007-05

FRP 筋混凝土受弯构件挠度可靠度分析

沈子豪, 李扬

(湖北工业大学土木建筑与环境学院, 湖北 武汉 430068)

[摘要] 依据蒙特卡洛法可靠度计算理论,借助 MATLAB 工具,基于规范给出的挠度正常极限状态下的功能函数,通过具体计算实例,逐一改变跨度、高度、配筋率、混凝土等级,分析各随机变量对挠度可靠指标的影响。计算结果表明:对 FRP 筋混凝土受弯构件挠度可靠指标的影响由大至小依次为配筋率、弯矩效应比、截面高度、有效跨度、混凝土强度;配筋率应作为 FRP 筋受弯构件设计的重要指标,控制在 0.5% 左右;控制 FRP 混凝土受弯构件的跨高比能有效增加挠度控制的可靠指标。

[关键词] 挠度; FRP 筋混凝土受弯构件; 可靠度; 蒙特卡洛法

[中图分类号] TU38, TU311.2

[文献标识码] A

FRP 筋与传统钢筋相比,有强度高、抗腐蚀性优良、抗电磁、质量轻等优点,在受弯构件中能替代钢筋作为其受力筋,可满足结构抗腐蚀、减轻结构自重等要求,解决了因钢筋锈蚀产生的耐久性问题,有效提高结构使用寿命,在土木工程领域应用愈加广泛。然而其低弹模和与混凝土较差的粘结性能会对混凝土梁力学性能造成影响,已有试验验证,FRP 筋的低弹模会对混凝土梁产生较大的挠度和裂缝,影响正常状态下的使用;FRP 筋混凝土梁的设计应由使用荷载下的挠度控制^[1-3]。因此,有必要对 FRP 筋混凝土受弯构件做系统的挠度可靠度分析。我国规范规定的 FRP 筋混凝土受弯构件挠度计算公式^[4]与钢筋混凝土挠度计算公式差异不大。其原因可能由于我国对 FRP 筋研究起步较晚,没有大量的试验数据。由于 FRP 筋具有线弹性特性,与钢筋在力学性能方面有很大差异。在实际工程中,会产生很多不确定性,这一不确定性,往往会造成重大工程事故。因此,学者们在大量试验结果的基础上,对规范中的系数进行了修正^[5-6]。

当前,可靠度的研究方法已有质的飞跃,相应的可靠指标计算方法非常丰富。常用的可靠度计算方法有响应面法、中心点法、蒙特卡洛法等。其中蒙特卡洛法具有操作简单,计算结果精度高等优点。可靠度分析在有准永久值参与的组合作用、规范中均

采用随机变量组合方法,理论上有一定缺陷,姚继涛等学者提出准永久序位值的概念,概念清晰,其服从贝塔分布^[7]。目前,对混凝土受弯构件挠度可靠指标分析主要集中在钢筋混凝土构件上^[8-9],对 FRP 筋构件鲜有报道。因此,本文在已有研究的基础上,使用 MTALAB 软件基于蒙特卡洛法对 FRP 筋混凝土受弯构件挠度做可靠度分析,通过逐一改变变量,分析其主要影响因素,并针对 FRP 筋混凝土受弯构件的设计提出改进意见。

1 挠度验算公式

1.1 蒙特卡洛法原理

蒙特卡洛法基本原理^[10]是已知随机变量 X 服从某种概率分布,通过计算机模拟 m 组随机数,将 m 组随机数分别带入状态函数 Z ,计算 Z ,统计 $Z < 0$ 的个数 n ,那么当样本数量 m 足够大时,失效概率 P_f 为

$$P_f = P(Z \leq 0) = n/m$$

可靠度指标

$$\beta = \varphi^{-1}(1 - P_f)$$

1.2 应变不均匀系数 ψ

系数 ψ 的物理意义是裂缝间受拉混凝土参加工作,对减小受弯构件变形做出的贡献,其是根据大量的试验结果得到的经验拟合公式。规范给出的适

[收稿日期] 2018-03-30

[基金项目] 国家自然科学基金资助项目(51508171)

[第一作者] 沈子豪(1995-),男,湖北襄阳人,湖北工业大学硕士研究生,研究方向为结构工程

用于 FRP 筋混凝土构件系数 ψ_1 与规范中针对钢筋混凝土构件规定略有不同,对于钢筋混凝土构件按荷载准永久组合计算受拉钢筋的应力,对于 FRP 筋混凝土构件按荷载标准组合计算 FRP 筋的应力。目前,针对 FRP 筋混凝土受弯构件,刘喜^[5]和朱虹^[6]分别对应变不均匀系数 ψ 做了修正,分别为 ψ_2 和 ψ_3 。

$$\left\{\begin{aligned}\psi_1 &= 1.0 - 0.65 f_{tk} / (\rho_{te} \sigma_{fk1}) \\ \sigma_{fk1} &= \frac{M_k}{0.87 A_f h_{0f}} \\ \psi_2 &= 0.75 - 0.17 f_{tk} / (\rho_{te} \sigma_{fk2}) \\ \sigma_{fk2} &= \frac{M_k}{0.88 A_f h_{0f}} \\ \psi_3 &= 1.3 - 0.74 f_{tk} / (\rho_{te} \sigma_{fk3}) \\ \sigma_{fk3} &= \frac{M_k}{0.9 A_f h_{0f}}\end{aligned}\right.$$

1.3 失效概率函数构造

GB50608—2010《纤维增强复合材料建设工程应用技术规范》^[4]规定 FRP 筋混凝土受弯构件的挠度验算同 GB50010—2010《混凝土结构设计规范》^[11]基本一致,作用组合效应值 f 应满足

$$f \leqslant C \tag{1}$$

式中 C 为规范规定的挠度变形限值。

规范中对 FRP 筋混凝土受弯构件的规定, f 应按作用的准永久组合并考虑长期效应的影响。由挠度控制的失效概率函数推导如

$$f = S M_q l_0^2 / B \tag{2}$$

$$B = B_s / \theta \tag{3}$$

$$B_s = \frac{E_f A_f h_{0f}^3}{1.15\psi + 0.2 + \frac{6 \alpha_{fE} \rho_f}{1 + 3.5 \gamma_f}} \tag{4}$$

$$M_q = M_{Gk} + \psi_q M_{Qk} \tag{5}$$

式中: S 为按结构力学方法确定的挠度计算系数; M_q 为按荷载的准永久组合计算的弯矩; l_0 为计算跨度; θ 为考虑荷载长期作用对挠度增大的影响系数; E_f 为 FRP 筋弹性模量; A_f 为受拉区纵向 FRP 筋截面面积; h_{0f} 为截面有效高度; ψ 为纵向 FRP 筋应变不均匀系数; α_{fE} 为 FRP 筋弹性模量与混凝土弹性模量的比值; ρ_f 为纵向 FRP 筋配筋率; γ_f 为受压翼缘截面面积与腹板有效截面面积的比值; M_{Gk} 和 M_{Qk} 分别为 G 和 Q 的标准值产生的弯矩; ψ_q 为准永久值系数,对于住宅取 0.4。

根据公式(1)~(5),对于 FRP 筋混凝土受弯构件,其挠度控制方程为

$$\frac{S(M_{Gk} + \psi_q M_{Qk}) \theta l_0^2}{E_f A_f h_{0f}^3} \left(1.15\psi + 0.2 + \frac{6 \alpha_{fE} \rho_f}{1 + 3.5 \gamma_f} \right) \leqslant C \tag{6}$$

在有准永久值参与组合做可靠度分析时,姚继

涛提出概念更加清晰的准永久组合序列值 Q_{qT} ^[7], M_{qT} 为 Q_{qT} 产生的弯矩, η 为计算模式不定性系数。据此,失效概率函数为

$$Z = C - \eta \frac{S(M_G + M_{qT}) \theta l_0^2}{E_f A_f h_{0f}^3} \left(1.15\psi + 0.2 + \frac{6 \alpha_{fE} \rho_f}{1 + 3.5 \gamma_f} \right) \tag{7}$$

1.4 统计参数

在失效概率函数中,相关的基本变量概率特性见表 1,忽略几何参数、FRP 筋弹性模量、配筋率等变异性影响。其中, Q_{T0} 为设计基准期 T_0 内的活荷载的最大值, Q_{qT} 的概率特性根据 Q_{T0} 来确定,超越概率为 0.5^[12]。生成 Q_{qT} 具体做法是:按 Q_{T0} 的概率特性生成 N 列数,将 N 列数按升序排列,取中间值作为 Q_{qT} 的一个子集,如此做法重复 n 次即得准永久序列值的随机数。

表 1 基本变量统计参数

统计参数	分布规律	均值系数	变异系数	数据来源
η	正态分布	0.98	0.105	文献[13]
G	正态分布	1.06	0.07	文献[14]
Q_{T0}	极值 I 型分布	0.524	0.288	文献[14]
f_t	正态分布	1.42	0.18	文献[14]
E_c	正态分布	1	0.2	文献[14]

2 挠度可靠度计算

2.1 算例

某简支梁 $b = 180 \text{ mm}$, 截面高度 h 依次取 250 mm、300 mm、350 mm、400 mm、450 mm,有效跨度依次取 2.7 m、3 m、3.3 m、3.6 m、3.9 m,采用的混凝土等级依次为 C30、C35、C40、C45、C50。FRP 筋采用 CFRP 筋,弹性模量为 136 GPa,配筋率依次取 0.005、0.010、0.015、0.002、0.0025,不考虑受压筋的作用。 $\rho_{Qk} = M_{Qk} / M_{Gk}$,依次取 0.1、0.5、1.0、1.5、2.0。在计算过程中,采用控制变量法,按蒙特卡洛法原理计算可靠指标。

2.2 可靠指标分析

FRP 筋挠度可靠指标计算结果见表 2。由表 2 可知,配筋率对可靠指标的影响最显著,弯矩效应比 ρ_{Qk} 次之,挠度控制可靠指标整体随着 ρ_{Qk} 的增大而增大。受弯构件有效跨度作为变量时,挠度控制可靠指标单调减小,跨度在 2.7 ~ 3.9 m 变化时,可靠指标变化范围为 0.7173 ~ 4.4172。受弯构件混凝土等级作为变量时,在弯矩效应比 ρ_{Qk} 不大于 1 时,随混凝土等级的提高,挠度控制可靠指标有增大的趋势,在其余情况呈现非单调性。混凝土等级在 C30 ~ C50 变化时,可靠指标变化范围为 0.7117 ~ 4.6114。FRP 筋配筋率 ρ 作为变量时,可靠指标呈现非单调变化。截面高度 h 作为变量时,可靠指标呈

现单调变化,随着截面高度的增大,挠度控制可靠指标减小。截面高度在 250~450 mm 变化时,可靠指标变化范围为-1.1387~4.4652。FRP 筋混凝土受弯构件挠度控制下可靠指标的影响的主要因素由大到小依次是 FRP 筋配筋率 ρ 、弯矩效应比 ρ_{Q_k} 、截面高度 h 、有效跨度 l_0 、混凝土等级。

由此可见,装配有 FRP 筋的混凝土受弯构件,为了防止其变形过大影响正常使用,配筋率在设计

中需首要考虑。考虑到 FRP 筋较高的价格,由计算结果表明 FRP 筋混凝土受弯构件的配筋率控制在 0.5%左右即可满足变形要求。在弯矩效应比大于 1 时,提升混凝土的强度对构件挠度控制的控制指标影响不大,在较大的弯矩效应比下提升混凝土的强度可靠指标反而减小。随着构件的截面高度 h 和有效跨度 l_0 增大,挠度控制的可靠指标不断减小,因此在设计中需要控制构件合理的跨高比。

表 2 各因素对 FRP 筋混凝土受弯构件可靠指标影响

影响因素	取值	β					最小值	最大值	差值 β
		$\rho_{Q_k}=0.1$	$\rho_{Q_k}=0.5$	$\rho_{Q_k}=1.0$	$\rho_{Q_k}=1.5$	$\rho_{Q_k}=2.0$	β_{\min}	β_{\max}	
l_0/m	2.7	0.7173	1.9363	3.1809	4.051	4.4172	0.7173	4.4172	3.6999
	3	1.0715	2.2448	3.4061	4.1318	4.2884	1.0715	4.2884	3.2169
	3.3	1.3878	2.5146	3.6214	4.2059	4.3601	1.3878	4.3601	2.9723
	3.6	1.6762	2.7428	3.7643	4.2336	4.4172	1.6762	4.4172	2.741
	3.9	1.9329	2.9517	3.8764	4.2763	4.4172	1.9329	4.4172	2.4843
	最小值	0.7173	1.9363	3.1809	4.051	4.2884	—	—	—
	最大值	1.9329	2.9517	3.8764	4.2763	4.4172	—	—	—
	差值	1.2156	1.0154	0.6955	0.2253	0.1288	0.1288	1.2156	—
混凝土等级	C30	0.7177	1.9394	3.1906	4.0907	4.3601	0.7177	4.3601	3.6424
	C35	1.0227	2.2072	3.3927	4.254	4.4652	1.0227	4.4652	3.4425
	C40	1.3024	2.4467	3.5722	4.301	4.3439	1.3024	4.3439	3.0415
	C45	1.4682	2.5818	3.6748	4.3287	4.6114	1.4682	4.6114	3.1432
	C50	1.6389	2.7226	3.819	4.2649	4.4399	1.6389	4.4399	2.801
	最小值	0.7177	1.9394	3.1906	4.0907	4.3439	—	—	—
	最大值	1.6389	2.7226	3.819	4.3287	4.6114	—	—	—
	差值	0.9212	0.7832	0.6284	0.238	0.2675	0.238	0.9212	—
ρ	0.005	0.7158	1.9369	3.1728	4.0249	4.3601	0.7158	4.3601	3.6443
	0.01	-1.2745	-0.0158	1.3768	2.5323	3.3743	-1.2745	3.3743	4.6488
	0.015	-1.9589	-0.7839	0.5461	1.6843	2.5665	-1.9589	2.5665	4.5254
	0.02	3.4522	4.1075	4.4652	4.6114	4.6708	3.4522	4.6708	1.2186
	0.025	2.9219	3.7079	4.4937	4.6114	4.7534	2.9219	4.7534	1.8315
	最小值	-1.9589	-0.7839	0.5461	1.6843	2.5665	—	—	—
	最大值	3.4522	4.1075	4.4937	4.6114	4.7534	—	—	—
	差值	5.4111	4.8914	3.9476	2.9271	2.1869	2.1869	5.4111	—
h/mm	250	0.7164	1.9398	3.1708	4.051	4.4652	0.7164	4.4652	3.7488
	300	0.0718	1.3554	2.7077	3.7628	4.3965	0.0718	4.3965	4.3247
	350	-0.4307	0.8763	2.2919	3.4522	4.224	-0.4307	4.224	4.6547
	400	-0.8265	0.4855	1.9366	3.1541	4.0907	-0.8265	4.0907	4.9172
	450	-1.1387	0.1669	1.6319	2.899	3.8764	-1.1387	3.8764	5.0151
	最小值	-1.1387	0.1669	1.6319	2.899	3.8764	—	—	—
	最大值	0.7164	1.9398	3.1708	4.051	4.4652	—	—	—
	差值	1.8551	1.7729	1.5389	1.152	0.5888	0.5888	1.8551	—

表中可靠指标采用规范推荐公式计算;影响因素以外的其他因素取其变化范围内的最小值;负值表示失效概率超过 50%;按住宅计算,准永久值系数取 0.4

2.3 应变不均匀系数 ψ 对可靠指标影响

选取 2 个具有代表性的随机变量分析不同应变不均匀系数 ψ 对可靠指标的影响。图 1 为在不同截面高度 h 下,FRP 筋混凝土受弯构件在不同系数 ψ 之间的关系。图 2 为在不同配筋率 ρ 下,FRP 筋混凝土受弯构件在不同系数 ψ 之间的关系。由图 1 和图 2 可看出,在其他条件不变, ψ_3 对应的可靠指标最大, ψ_1 最小。不同的 ψ 均为经验拟合公式,其与构件、测试环境、加载速率等多种因素有关,不同学者给出的公式均不同。在选取上规范推荐公式较保守,为了节省成本,应在具体工作环境下,试验选取经济且具有安全保障的系数。

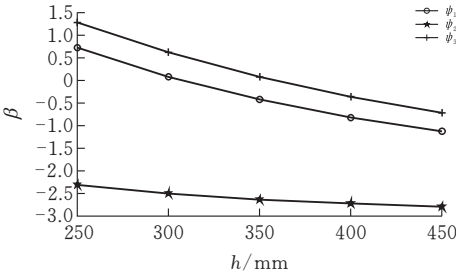


图 1 截面高度与可靠指标关系

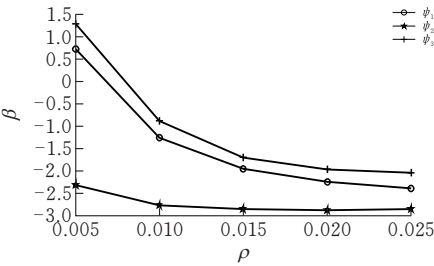


图 2 配筋率与可靠指标关系

3 结 论

通过研究挠度控制的 FRP 筋混凝土受弯构件的正常使用极限状态,逐一分析各因素下的可靠度,得出以下结论。

- 1)FRP 筋混凝土受弯构件挠度控制下可靠指标影响的主要因素由大到小依次是 FRP 筋配筋率 ρ 、弯矩效应比 ρ_{Qk} 、截面高度 h 、有效跨度 l_0 、混凝土等级。
- 2)弯矩效应比 ρ_{Qk} 、截面高度 h 和有效跨度 l_0 作为变量时,可靠指标呈现单调变化。配筋率 l_0 和混凝土强度等级作为变量,可靠指标变化呈现非单调性。
- 3)FRP 筋混凝土受弯构件配筋率保持在 0.5% 左右即可满足正常使用要求。
- 4)单一增加混凝土强度,挠度控制的可靠指标呈现复杂变化。
- 5)设计阶段应严格限制 FRP 筋混凝土受弯构

件的跨高比。

[参 考 文 献]

- [1] Alsalloum Y A, Alsayed S H, Almusallam T H. Some design considerations for concrete beams reinforced by GFRP Bars[C]//Saadatmanesh H, Ehsani M R. Proceedings of the First International Conference on Composites in Infrastructure. Tucson: ICCI, 1996: 318-331.
- [2] Aiello M A, Ombres L. Load-deflection analysis of frp reinforced concrete flexural members[J]. Journal of Composites for Construction, 2000, 4(4): 164-171.
- [3] Adam M A, Said M, Mahmoud A A, et al. Analytical and experimental flexural behavior of concrete beams reinforced with glass fiber reinforced polymers bars [J]. Construction and Building Materials, 2015, 84: 354-366.
- [4] GB50608-2010.纤维增强复合材料建设工程应用技术规范[S]. 北京:中国计划出版社,2010.
- [5] 刘喜,王征,吴涛. FRP 筋混凝土梁挠度与裂缝宽度计算模型分析[J]. 建筑科学与工程学报, 2017, 34(5): 163-170.
- [6] 朱虹,董志强,吴刚 等. FRP 筋混凝土梁的刚度试验研究和理论计算[J]. 土木工程学报, 2015, 48(11): 44-53.
- [7] 姚继涛,解耀魁. 结构可靠度分析中作用的随机过程组合方法[J]. 建筑结构学报, 2013, 34(2): 125-130.
- [8] 姚继涛,刘伟,宋臻. 混凝土受弯构件挠度控制可靠度分析[J]. 建筑结构学报, 2017, 38(9): 154-159.
- [9] 狄生奎,杨万辉,王立宪,等. 考虑挠度影响的钢筋混凝土楼板可靠度分析[J]. 兰州理工大学学报, 2017, 43(1): 122-126.
- [10] 张丽波,郭将,刘晓. 响应面法与蒙特卡洛法边坡可靠性评价方法对比研究[J]. 武汉大学学报(工学版), 2016, 49(5): 779-786.
- [11] GB 50010—2010.混凝土结构设计规范[S]. 北京:中国建筑工业出版社,2010.
- [12] GB 50153-2008.工程结构可靠性设计统一标准[S]. 北京:中国建筑工业出版社,2010.
- [13] 何政,李光. 基于可靠度的 FRP 筋材料分项系数的确定[J]. 工程力学, 2008(9): 214-223.
- [14] GBJ 68-1984.建筑结构可靠度设计统一标准[S]. 北京:中国建筑工业出版社,1984.

Reliability Analysis on Deflection of FRP Reinforced Concrete Flexural Members

SHEN Zihao, LI Yang

(School of Civil Engin.,Architecture and Environment ,Hubei Univ. of Tech.,Wuhan 430068, China)

Abstract: Based on the Monte Carlo method of reliability calculation, using the MATLAB tool, according to the function of the normal limit state of deflection given by the specification and through specific calculation examples, the span, height, reinforcement ratio, concrete grade were changed one by one, and the influence of each random variable on the reliability index of deflection was analyzed. The calculation results show that the influences of FRP reinforced concrete flexural members on the reliability index from the largest to the smallest are the reinforcement ratio, the bending moment effect ratio, the section height, the effective span, and the concrete strength.The reinforcement ratio should be an important index for the design of flexural members of FRP bars, which is controlled at about 0.5%.The reliability index of deflection control can be effectively increased by controlling the cross-height ratio of FRP concrete flexural members.

Keywords: deflection;FRP reinforced concrete flexural members;reliability;Monte carlo method

[责任编辑：裴 琴]

(上接第 6 页)

Test on Tensile Properties of Plant Roots along Wudang Mountain-Shennongjia Highway

LI Zhi¹, MA Qiang¹,HU Gang²,DONG Heming²,LI Guozheng²

(1 School of Civil Engin.,Architecture and Environment ,Hubei Univ. of Tech.,Wuhan 430068,China ;

2 Shiyan Transportation Investment co. LTD., Shiyan 442000, China)

Abstract: To test tensile properties of plant roots along Wudang mountain-Shennongjia highway, the roots of four kinds of shrubs, two kinds of trees and two kinds of herb were chosen along the highway for mechanical test. The variation curve of peak tensile forces of root with time was obtained using a universal testing machine, and the peak tensile forces of each plant roots were obtained. The diameters of roots in the fracture were measured, the tensile strengths of plant roots were calculated, and the relationship between the peak tensile forces and the diameters of root, the relationship between tensile strengths and diameters of roots were deduced by logarithmic function and exponential function fitting. The results show that the peak tensile forces of roots increase with the increase of diameters, the tensile strengths of roots decrease with the increase of diameters except Coriaria nepalensis and Rhus sylvestris Sieb. & Zucc. Both the logarithmic function and the power function can better describe the relationship between the tensile strength and diameter of the plant roots. The tensile strength of roots of arbor, irrigation and herbaceous plants is relatively close, among which the herb roots have the highest average tensile strength and the shrub roots are the smallest. Exploring the tensile characteristics of plant roots can provide a reliable reference for the structural design of vegetation slope protection and the selection of vegetation types.

Keywords: plant roots; peak tensile force; tensile strength; pull test; data fitting

[责任编辑：裴 琴]