

[文章编号] 1003-4684(2021)05-0008-06

齿轮五杆机构计算机辅助设计软件的开发

张慧敏, 姜荣俊, 陶 芬, 王 君, 任前程

(湖北工业大学机械工程学院, 湖北 武汉 430068)

[摘 要] 针对齿轮五杆机构的可行域分析问题,将可动性理论与 QT creator 软件结合,开发一种计算机辅助设计软件,对标准位置下的多参数齿轮五杆机构的分支、分支点进行自动识别及分支纠正。首先利用判别式对齿轮五杆机构进行可动性理论分析;然后,利用 QT creator 软件搭建界面,设计齿轮五杆机构辅助设计软件。通过特征识别过程,软件自动获取机构的分支点及分支结果,对有运动缺陷的分支可通过调整齿轮机构传动比及初相角进行分支纠正。最后,利用齿轮五杆机构对分支点、分支的识别过程及分支纠正进行实例验证。结果表明,所开发的齿轮五杆机构辅助设计软件可方便快捷地进行机构可行域分析,提高了机械设计效率。

[关键词] 齿轮五杆机构; 计算机辅助设计; 分支纠正; 自动识别

[中图分类号] TH122 [文献标识码] A

齿轮五杆机构由变传动比的五杆机构和定传动比的齿轮机构组成,是一种新型、用途广泛的组合机构。因能够实现各种复杂的运动,其逐渐成为组合机构中的研究重点^[1]。李佳等^[2-3]以两原动件的任意组合,使机构运动到极限位置作为机械模型,推导出两自由度五杆机构的可动性充分条件,为机构尺寸综合提供了尺寸约束条件。Sandor 等^[4-8]分别采用不同的运动分析方法对齿轮连杆机构进行了运动综合与分析。张艳华等^[9]利用 CAD 软件,建立了带约束的平面机构模型,并根据负载情况分析了平面机构的运动学特征。Wang 等^[10]提出了一种适用于任何单自由度平面和球面双环连杆机构的奇异条件及旋转关节空间的识别方法,在机构设计和综合过程中将无分支点作为完全旋转性约束条件,避免运动缺陷,并利用平面六杆机构进行了验证。研究发现,在机构综合的过程中,得到的大量备选机构还必须进行可动性矫正。Gregorio^[11]提出了多自由度球面机构奇异性的分析方法;谢睿^[12]基于球面四杆机构及共形几何代数中的代数运算法则,提出了一套关于 2T1R 并联机构转动能力设计缺陷辨识的方法,对于具有转动能力设计缺陷的机器人,采用改进细菌群趋药性优化算法,对杆长值进行优化,实现了对转动能力设计缺陷的修复。

目前,对于齿轮五杆机构的可动性运动分析多为理论方面的研究,判断其关节旋转空间及奇异点位置的过程非常复杂,计算时间长,求解效率低。针

对这一问题,本文结合 QT creator 软件与理论方法,通过一种计算机辅助设计软件,将齿轮五杆机构参数导入该软件,可对其分支点、分支进行自动识别,在显示区可直接观察到分支缺陷情况。若得出无运动缺陷的分支,可直接输出机构分支图;若得出有运动缺陷的分支,则可根据结果显示区的提示,选取范围内的传动比 n 和初相角 β ,纠正分支。

1 齿轮五杆机构可动性分析

1.1 齿轮五杆机构环路

齿轮五杆机构可视作一个二自由度五杆机构与一个齿轮机构相耦合。齿轮机构约束了五杆环的一个自由度,使二自由度五杆机构变成单自由度双环机构^[13]。如图 1 所示, a_5 为机架,主动齿轮 1 和从动齿轮 4 分别固接于五杆机构的曲柄 ABDE 上,各杆与 x 轴正方向的夹角以逆时针方向为正。

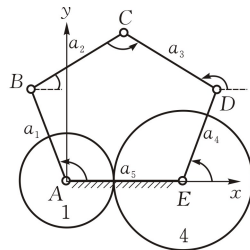


图 1 齿轮五杆机构

整个机构必须同时满足每个环路的运动条件,才能进行装配和运动。设各杆长度为 a_i ($i=1,2,$

[收稿日期] 2020-11-25

[第一作者] 张慧敏(1995-),女,江西丰城人,湖北工业大学硕士研究生,研究方向为机构学,机械设计

[通信作者] 姜荣俊(1973-),男,湖北蕲春人,工学博士,湖北工业大学教授,研究方向为机构学,机械设计

⋯,5),杆件对应的角度为 $\theta_i(i=1,2,\cdots,5)$ 。

齿轮约束一般为

$$\theta_1-\alpha=n(\theta_4-\beta)$$

其中: α 、 β 分别为曲柄 1 和曲柄 4 的初相角; n 为齿轮传动比。

当齿轮五杆机构处于标准位置(即 $\alpha=0$)时,则齿轮机构的特征曲线可表示为

$$\theta_4=\theta_1/n+\beta \tag{1}$$

五杆机构的环方程为

$$a_1e^{i\theta_1}+a_2e^{i\theta_2}-a_5-a_4e^{i\theta_4}-a_3e^{i\theta_3}=0$$

分别向 x 和 y 方向投影,利用三角平方和关系消去 θ_3 ,可得五杆机构的输入—输出曲线关系式:

$$\begin{aligned} &a_1^2+a_2^2-a_3^2+a_4^2+a_5^2-2a_1a_5\cos\theta_1- \\ &2a_2a_5\cos\theta_2+2a_4a_5\cos\theta_4+ \\ &2a_1a_2\cos(\theta_1-\theta_2)-2a_1a_4\cos(\theta_1-\theta_4)- \\ &2a_2a_4\cos(\theta_2-\theta_4)=0 \end{aligned} \tag{2}$$

代入半角公式,令 $x_2=\tan(\theta_2/2)$,则上式可简写为

$$A_1x_2^2+B_1x_2+C_1=0 \tag{3}$$

其中:

$$\begin{cases} A_1=a_1^2+a_2^2-a_3^2+a_4^2+a_5^2+2a_2a_5+ \\ \quad 2(a_2a_4+a_4a_5)\cos\theta_5- \\ \quad 2a_1a_4\sin\theta_1\sin\theta_4- \\ \quad 2(a_1a_4\cos\theta_4+a_1a_2-a_1a_5)\cos\theta_1, \\ B_1=4a_1a_2\sin\theta_1-4a_2a_4\sin\theta_4, \\ C_1=a_1^2+a_2^2-a_3^2+a_4^2+ \\ \quad a_5^2-2a_2a_5+2(a_4a_5-a_2a_4)\cos\theta_4- \\ \quad 2a_1a_4\sin\theta_1\sin\theta_4- \\ \quad 2(a_1a_4\cos\theta_4-a_1a_2+a_1a_5)\cos\theta_1 \end{cases}$$

若要式(3)有实数根,则

$$\Delta_1=B_1^2-4A_1C_1\geqslant 0 \tag{4}$$

此时方程的解为:

$$x_{2[1]}=\frac{-B_1+\sqrt{\Delta_1}}{2A_1}, \tag{5a}$$

$$\theta_{2[1]}=2\arctan(x_{2[1]})$$

$$x_{2[2]}=\frac{-B_1-\sqrt{\Delta_1}}{2A_1},\theta_{2[2]}=2\arctan(x_{2[2]}) \tag{5b}$$

x_2 与 θ_2 为一一对应的关系,每种机构构型具有唯一性。当 $\Delta_1>0$ 时,式(3)具有 2 个不同实根,对应着五杆机构的 2 种构型。当 $\Delta_1=0$ 时,方程只有单解,对应着机构只有 1 种构型,且此时五杆机构处于奇异位置。当 $\Delta_1<0$ 时,方程无解,表明在此参数下的机构无法连续运动。

将式(4)化简,可得到

$$\Delta_1=-4S_1S_2\geqslant 0 \tag{6}$$

其中:

$$\begin{aligned} S_1 &=(a_5+a_4\cos\theta_4-a_1\cos\theta_1)^2- \\ &(a_2+a_3)^2+(a_4\sin\theta_4-a_1\sin\theta_1)^2 \end{aligned} \tag{7a}$$

$$S_2=(a_5+a_4\cos\theta_4-a_1\cos\theta_1)^2+$$

$$(a_4\sin\theta_4-a_1\sin\theta_1)^2-(a_2-a_3)^2 \tag{7b}$$

$S_1=0$ 和 $S_2=0$ 表示关节旋转空间的边界,也称为边界曲线或奇异曲线^[14-15],边界曲线上的点表示五杆机构处于奇异位置,关节旋转空间内的点则表示五杆机构能运动到此位置。

1.2 齿轮五杆机构分支点识别

机构只有一个自由度,说明只要确定输入值便可得到整个机构的可行性。但分支点的存在导致机构仅在某一段角度区间中具有可行性,且齿轮五杆机构的分支点位于齿轮机构的特征曲线与五杆机构的关节旋转空间边界的交点处。

将式(1)代入边界曲线 S_1 中消去 θ_4 ,令 $x_1=\tan(\theta_1/2)$,可得到

$$A_2x_1^2+B_2x_1+C_2=0 \tag{8}$$

其判别式为 $\Delta_2=B_2^2-4A_2C_2$,其中, A_2 、 B_2 、 C_2 以及 Δ_2 是关于传动比 n 及初相角 β 的关系式。

1)当 $\Delta_2>0$ 时,方程有两个不同的解:

$$\begin{aligned} x_{1[1]} &=\frac{-B_2+\sqrt{\Delta_2}}{2A_2}, \\ \theta_{1[1]} &=2\arctan(x_{1[1]}) \end{aligned} \tag{9a}$$

$$\begin{aligned} x_{1[2]} &=\frac{-B_2-\sqrt{\Delta_2}}{2A_2}, \\ \theta_{1[2]} &=2\arctan(x_{1[2]}) \end{aligned} \tag{9b}$$

表明齿轮机构特征曲线与五杆机构的边界曲线 S_1 存在两个交点,分别为机构分支点 $\theta_{1[1]}$ 和 $\theta_{1[2]}$ 。

2)当 $\Delta_2=0$ 时,方程只有一个解,即机构只有一个分支点。

3)当 $\Delta_2<0$ 时,方程无解,即齿轮机构与边界曲线 S_1 无交点,即机构不存在分支点。

同理,将式(1)代入边界曲线 S_2 消去 θ_4 ,代入半角公式 $x_1=\tan(\theta_1/2)$,可得到

$$A_3x_1^2+B_3x_1+C_3=0 \tag{10}$$

其判别式为 $\Delta_3=B_3^2-4A_3C_3$,同样可得到 3 种不同的机构分支点结果。

1.3 齿轮五杆机构分支及子分支识别

对于齿轮五杆机构,必须同时满足齿轮机构和五杆机构的运动条件,才能连续运动。

可通过以下方法来识别齿轮五杆机构的分支和子分支。

1)满足式(1),则表示齿轮机构能连续运动;满足式(4)则表示五杆机构能连续运动;只有同时满足这两个公式,齿轮五杆机构才能装配和运动。

2)式(1)表示齿轮机构的输入输出曲线,而式(4)表示五杆机构的关节旋转空间。齿轮五杆机构的分支为齿轮机构的输入输出曲线与五杆机构的关节旋转空间的公共部分,每一部分代表了一个分支。

3)分支点为齿轮机构的输入输出曲线与五杆机

构的关节旋转空间边界曲线的交点。齿轮机构的输入输出曲线可由奇异点(死点和分支点)分成若干部分,仅满足式(4)的部分为有效分支,也是齿轮五杆机构的分支。

4)通过式(5)识别齿轮五杆机构的子分支。每个输入值 θ_1 都可能对应着 1 个或 2 个 θ_2 , 即在每个分支中,每一个输入可能对应着 1 种或 2 种机构构型,也就是 1 个或 2 个子分支,子分支可通过式(5a)和式(5b)获取。当 $\Delta_1 = 0$, 每一个输入对应一个 θ_2 值,机构只存在 1 种构型,即只有 1 个子分支;当 $\Delta_1 > 0$, 每一个输入对应 2 个 θ_2 值,机构有 2 个子分支。

1.4 齿轮五杆机构分支纠正

要使齿轮五杆机构描绘出完整封闭的连杆曲线,机构必须连续平稳的转动,即齿轮五杆机构的分支要具有完全旋转性,需满足三点:1)五杆机构能连续运动;2)齿轮机构与五杆机构边界曲线无交点;3)齿轮机构所在位置完全处于五杆机构关节旋转空间内。

不具有完全旋转性的分支是含有运动缺陷的,会阻碍机构的连续运动,应当进行分支纠正,避免运动缺陷。所以在机构设计及轨迹综合过程中,将 $\Delta_1 \geq 0$ 、 $\Delta_2 < 0$ 及 $\Delta_3 < 0$ 作为约束条件,可防止分支点的存在,避免运动缺陷。

当五杆机构参数确定时,可得到其关节旋转空间及奇异曲线。因此,可通过改变齿轮机构的传动比 n 及初相角 β 来纠正分支。

2 计算机辅助设计软件框架

齿轮五杆机构的分支、分支点识别过程计算时间长,求解效率低。为了简化计算,可采用人一机对话的方式,将 1.2 及 1.3 节的识别过程通过计算机辅助软件来实现。通过 QT creator 软件搭建界面,设计一款可以自动识别齿轮五杆机构分支和分支点的计算机辅助设计软件,对给定参数的齿轮五杆机构分支、分支点进行判定,同时可以辅助纠正不具有完全旋转性的齿轮五杆机构分支,为机构设计提高效率。如图 2 所示,该程序流程主要分成以下几个部分。

1)数据输入模块:为了方便用户根据五杆机构的关节旋转空间形状来纠正分支,将齿轮机构的参数设置放在主界面,用户可随时修改齿轮机构参数来纠正分支,五杆机构的连杆参数设置在二级界面。

2)绘图模块:采用逐点扫描法,从左到右和从下到上,扫描显示区域内的每个像素点,并且参照图 3

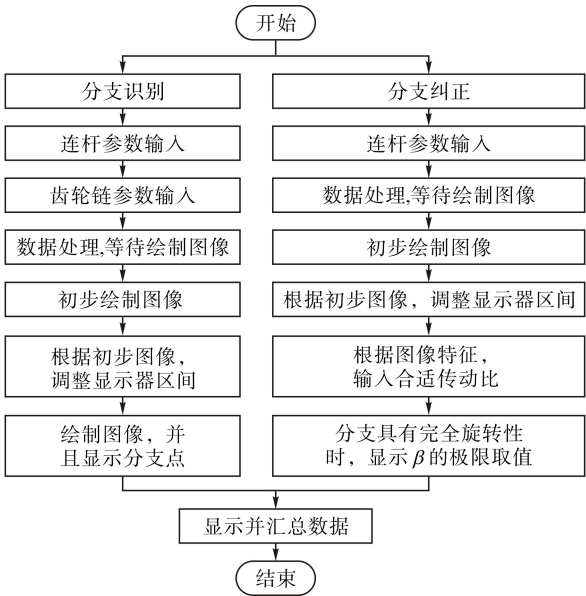


图 2 程序运行流程

的绘图逻辑,以 PANTONE 色卡为参照,赋予显示区域的每个像素点 RGB 值。

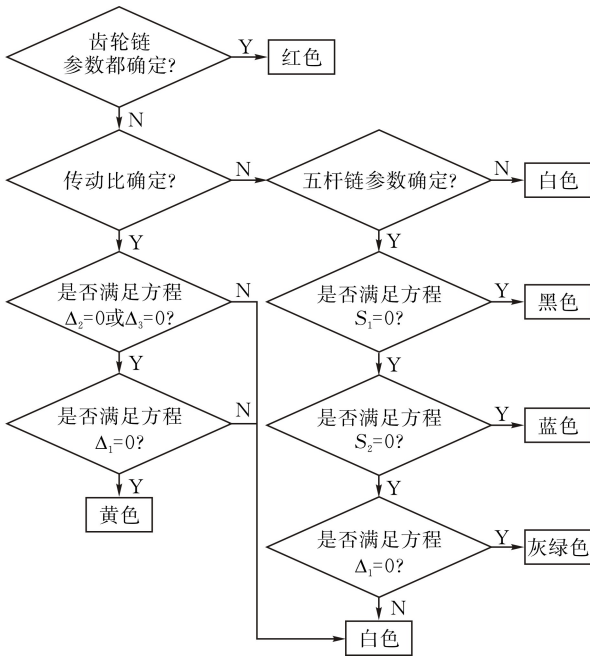


图 3 齿轮五杆机构程序绘图逻辑

3)显示模块:根据主界面的图像,可以调整图像的显示区域,根据需求可在主界面显示齿轮五杆机构所有分支点,并且可得到无运动缺陷齿轮五杆机构的极限初相角的值,最后将结果汇总到消息汇总框,方便用户查看和纠正。

3 特征识别过程

3.1 分支点识别过程

分支点为黑线与红线、蓝线与红线的交点,分别代表了五杆机构的二杆件 BCD 处于拉伸共线($S_1 = 0$)及重叠共线($S_2 = 0$)的状态。理论上两条线的

交点数仅为 1,但受软件绘图精度及曲线线宽等因素的影响,每个理论交点附近会存在多个实际交点,故软件中曲线线宽可由用户自行调节。为了减小误差,参考解析法中四舍五入近似取值法,交点坐标选取离末端交点最近的整数点。

3.2 极限初相角识别过程

极限初相角指的是齿轮机构所在直线与关节旋转空间的边界曲线(S_1 或 S_2)只有一个交点时得到的初相角,即分支只存在一个分支点的情况下的齿轮机构初相角。导入五杆机构参数,可得到五杆机构的关节旋转空间,用户需要根据关节旋转空间的形状在主界面中输入合适的传动比,在关节旋转空间内($\Delta_1 \geq 0$)能够搜索到与关节旋转空间边界曲线(S_1 或 S_2)只有一个交点的直线,并得到该直线的 y 轴截距,即为齿轮机构极限初相角的值。由于初相角的极限值涉及初相角的取值区间是否包含端点问题,程序在搜索时进行了取整,得到极限值只能作为开区间的端点。

4 软件界面设计

4.1 主界面说明

主界面包括预处理区、图像显示区、绘图功能区、结果显示区和消息汇总区等 5 个区域(图 4)。

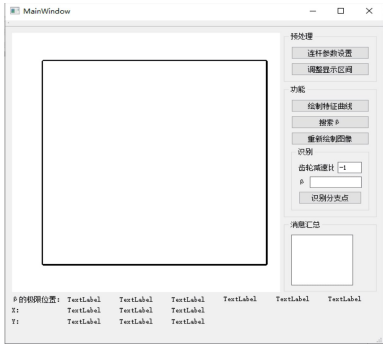


图 4 主界面

其中,预处理区包括调整显示区间与连杆参数设置区。调整显示区间默认为 360° ,用户可根据需要调整显示区间中 X 和 Y 的起始值,通过导入连杆参数可获取 θ_1 和 θ_4 的关节旋转空间。

图像显示区可显示齿轮五杆机构输入角 θ_1 和输出角 θ_4 的分支识别图。红色直线表示齿轮机构的输入输出曲线,黑色及蓝色曲线之间的灰绿色区域表示 θ_1 和 θ_4 的关节旋转空间,红色直线与黑色曲线、蓝色曲线的交点为分支点。

绘图功能区为用户的操作区。点击绘制特征曲线键,可得到依据用户输入的连杆参数绘制出五杆机构的关节旋转空间。用户可在识别框中输入传动比及初相角的值来识别分支及分支点。也可以根据

得到的关节旋转空间的形状,输入合适的传动比来搜索初相角 β 的极限取值,通过改变初相角来纠正机构的分支。点击重新绘制图像键,可以清除齿轮机构所在直线,重新输入齿轮机构参数,识别分支及分支点。

结果显示区在图像下方。显示得到的 β 极限值和分支点,以表格的形式呈现,每一列的 X,Y 坐标对应一个分支点的坐标,X 表示输入 θ_1 的值,Y 表示输出 θ_4 的值,无分支点则不显示,并在消息汇总框里显示“无分支点”。

4.2 二级界面说明

在主界面点击连杆参数设置键,弹出如图 5 所示的连杆参数设置界面。用户可输入连杆参数,同时可以调节关节旋转空间的边界曲线线宽,数值越大,曲线越粗,分支点的误差越大,因此应尽量将线宽调节到千分位来减小误差。

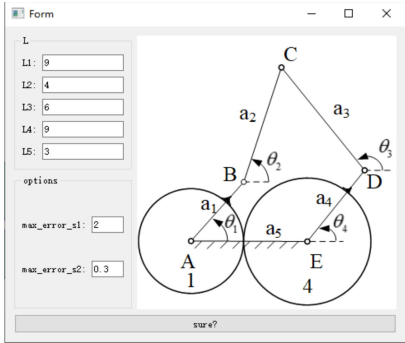


图 5 连杆参数输入界面

在主界面点击调整显示区间键,弹出如图 6 所示的调整显示区间界面。图中 θ_1 与 θ_4 分别代表绘图时 θ_1 与 θ_4 的起始坐标。默认以 θ_1 与 θ_4 的起始坐标开始的 360° 为一个区间,用户可根据需要通过调整 θ_1 与 θ_4 的起始值来调整图像的显示区间。

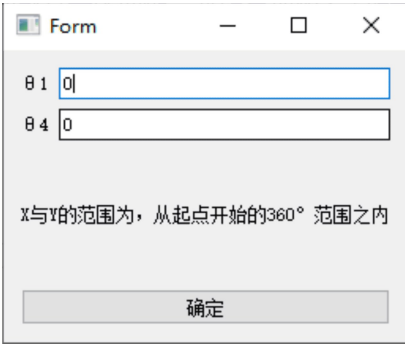


图 6 调整图像显示区间界面

5 计算机辅助设计软件实例

5.1 分支自动识别实例

依据图 2 所示的程序运行流程进行齿轮五杆机构的分支识别。

输入齿轮五杆机构参数($a_1=7,a_2=4,a_3=6,a_4=8,a_5=8,n=-1,\beta=0$),以 θ_1 为输入, θ_4 为输出,经过调整得到图 7 所示图像,可得到分支点 1. $(-141^\circ,141^\circ)$ 、2. $(-35^\circ,35^\circ)$ 、3. $(35^\circ,-35^\circ)$ 、4. $(141^\circ,-141^\circ)$ 。从显示的图像中,还可以得到机构的有效分支 $[-35^\circ,35^\circ]$ 以及两个连续的分支 $[-180^\circ,-141^\circ]$ 和 $[141^\circ,180^\circ]$ 。

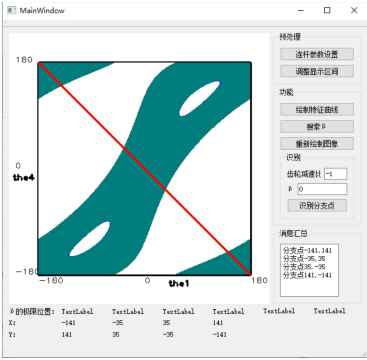


图 7 计算机辅助识别分支

5.2 辅助分支纠正实例

输入五杆机构的尺寸参数,可得到五杆机构的关节旋转空间。根据五杆机构关节旋转空间的形状,输入合适的齿轮机构传动比,搜索初相角 β 的极限值,根据极限初相角和图像确定初相角的取值开区间,在区间内选择合适的 β 值,可得到具有完全旋转性的分支,即机构无运动缺陷。

根据上述程序操作,输入五杆链的参数($a_1=9,a_2=4,a_3=6,a_4=9,a_5=3$),可得到图 8 所示的五杆链的关节旋转空间图,可看出其形状沿着直线 $y=x$ 方向延伸,因此在齿轮减速比输入框中输入“1”,点击搜索 β 键可得到图 9,可以得到 β 的极限值为 $-45^\circ,-33^\circ,-6^\circ,6^\circ,33^\circ,45^\circ$ 。从图中可得到初相角 β 的取值范围为 $(-6^\circ,6^\circ),(33^\circ,45^\circ),(-45^\circ,-33^\circ)$ 。从取值区间内任意选取一个值,如取 $\beta=40^\circ$,可得到如图 10 所示结果,可以看出得到的分支具有完全旋转性。

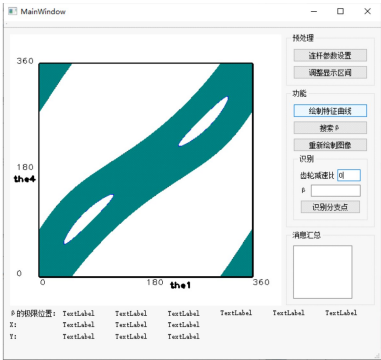


图 8 五杆链关节旋转空间

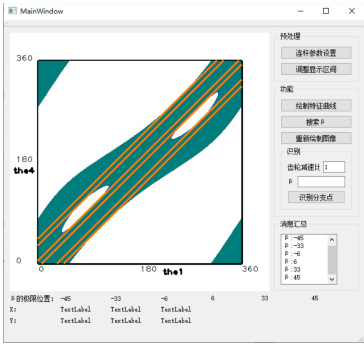


图 9 计算机辅助纠正分支

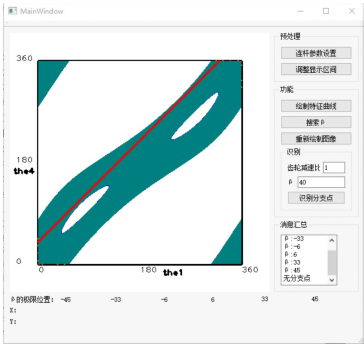


图 10 计算机辅助分支纠正结果

6 结 论

- 1)利用判别式分析了齿轮五杆机构的分支点、分支及子分支识别过程。
- 2)结合 QT creator 软件,开发了一种齿轮五杆机构计算机辅助设计软件,在软件界面中直接观察到分支点坐标及极限初相角的值,简捷快速地实现齿轮五杆机构的分支点及分支的自动识别。
- 3)结合齿轮五杆机构进行实例分析,验证了该软件可通过调整齿轮链传动比 n 与初相角 β 的值,对具有运动缺陷的齿轮五杆机构进行分支自动纠正,得到具有完全旋转性的齿轮五杆机构。相对于一般解析法,利用计算机辅助设计软件识别分支及辅助纠正分支更加简单、快捷且直观,提高了机械设计效率。

[参 考 文 献]

[1] 江敬强,谢进,陈永.用齿轮连杆机构实现"8"字形轨迹研究[J].机械设计与制造,2008(7):115-116.
[2] 李佳,廖汉元.带有移动副的两自由度五杆机构的可动性条件[J].机械研究与应用,2002(3):5-7.
[3] 李佳,钮国辉,廖汉元.五杆两自由度机构可动性的充分条件[J].武汉冶金科技大学学报,1998(03):3-5.
[4] SANDOR G N,ERDMAN A G. Advanced mechanism design:analysis and synthesis[J]. Mechanism & Machine Theory, 1985, 20(1):81-81.
[5] 李静,于晶晶,孟祥龙.齿轮-五杆机构精确轨迹的综

合[J].邢台职业技术学院学报,2009(5):85-87.

[6] 孟祥龙,李静,于晶晶.齿轮-五杆机构近似轨迹的综合[J] 科技信息,2010(26):84-85.

[7] 于晶晶,孟祥龙,李静.齿轮-五杆机构函数综合的模拟[J].邢台职业技术学院学报,2010,27(1):46-47.

[8] 李团结,曹惟庆,褚金奎.齿轮五杆机构轨迹综合的连续法[J].西安理工大学学报,1999(4):3-5.

[9] 张艳华,杜秀菊,陈立辉.用计算机几何技术求解平面机构动力学的方法[J].机械传动,2010,34(4):57-60.

[10] WANG J, TING K-L, XUE C Y. Discriminant method for the mobility identification of single degree-of-freedom double-loop linkages[J]. Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME 2009, 45(5):740-755.

[11] GREGORIO R D. Analytic and geometric technique for the singularity analysis of multi-degree-of-freedom spherical mechanisms[J]. Journal of Mechanisms and Robotics,2015,7(3):31-38.

[12] 谢睿.机构可动性设计缺陷辨识模型与修复方法研究[D].成都:电子科技大学,2015.

[13] SUN Y X, HUANG R, ZHENG J, et al. Design and speed-adaptive control of a powered geared five-bar prosthetic knee using BP neural network gait recognition[J]. Sensors,2019,19(21): 316-321.

[14] TING K L, XUE C Y, WANG J, et al. Stretch rotation and complete mobility identification of Watt six-bar linkages[J]. Mechanism and Machine Theory,2009,44(10):1877-1886. doi:10.1016/j.mechmachtheory.2009.03.011.

[15] TING K L, WANG J, XUE C Y, et al. Full rotatability and singularity of Stephenson six-bar linkages[J]. Journal of Mechanisms and Robotics,2010,2(1):298-320.

Development of Computer Aided Design Software for Geared Five-Bar Mechanism

ZHANG Huimin, JIANG Rongjun, TAO Fen, WANG Jun, REN Qiancheng
(School of Mechanical Engin., Hubei Univ. of Tech., Wuhan 430068, China)

Abstract: Aiming at the problem of mobility domain analysis of geared five-bar linkage, combining its mobility theory with “QT creator” software, a computer-aided design software is designed. This software can automatically identify correct the branches and branch points of the multi-parameter geared five-bar linkage under the standard position. Firstly, the mobility of the geared five-bar linkage is analyzed by the discriminant formula. Then, using QT creator software to build the interface, the geared five-bar linkage auxiliary design software is designed. Through the feature recognition process, the software automatically obtains the results of the branch points and branch of the linkage, and branches with motion defects can be corrected by adjusting the geared chain transmission ratio n and the initial phase angle β . Finally, the branch point, branch identification process and branch correction of the geared five-bar linkage is verified by instance. The results show that the computer-aided design software designed can easily and quickly analyze the feasible region of geared five-bar linkage and improve the efficiency of mechanical design.

Keywords: geared five-bar linkage; computer-aided design; branch correction; automatic identification

[责任编辑:张 众]